



Bootstrap bei Allgemeinem Linearen Modell

Allgemeines Lineares Modell III

Kurt Holm

Almo Statistik-System

www.almo-statistik.de

holm@almo-statistik.de

kurt.holm@jku.at

2022

Weitere Almo-Dokumente

Die folgenden Dokumente können alle von der Handbuchseite in <http://www.almo-statistik.de> heruntergeladen werden

0. **Arbeiten mit Almo**.PDF (1 MB)
- 1a. **Eindimensionale Tabellierung**.PDF (1,8 MB)
- 1b. **Zwei- und drei-dimensionale Tabellierung**.PDF (1.1 MB)
2. **Beliebig-dimensionale Tabellierung**.PDF (1.7 MB)
3. **Nicht-parametrische Verfahren**.PDF (0.9 MB)
4. **Kanonische Analysen**.PDF (1.8 MB)
Diskriminanzanalyse.PDF (1.8 MB)
enthält: Kanonische Korrelation, Diskriminanzanalyse, bivariate Korrespondenzanalyse, optimale Skalierung
5. **Korrelation**.PDF (1.4 MB)
6. **Allgemeine multiple Korrespondenzanalyse**.PDF (1.5 MB)
7. **Allgemeines ordinales Rasch-Modell**.PDF (0.6 MB)
- 7a. **Wie man mit Almo ein Rasch-Modell rechnet**.PDF (0.2 MB)
8. **Tests auf Mittelwertsdifferenz, t-Test**.PDF (1,6 MB)
9. **Logitanalyse**.pdf (1,2MB) enthält Logit- und Probitanalyse
- 9a. **Bootstrap bei Logit- und Probitanalyse**.pdf (0,8 MB)
10. **Koeffizienten der Logitanalyse**.PDF (0,06 MB)
11. **Daten-Fusion**.PDF (1,1 MB)
12. **Daten-Imputation**.PDF (1,3 MB)
13. **ALM Allgemeines Lineares Modell**.PDF (2.3 MB)
- 13a. **ALM Allgemeines Lineares Modell II**.PDF (2.7 MB)
- 13b. **Bootstrap bei Allgemeinem Linearem Modell III**.PDF
14. **Ereignisanalyse: Sterbetafel-Methode, Kaplan-Meier-Schätzer, Cox-Regression**.PDF (1,5 MB)
15. **Faktorenanalyse**.PDF (1,6 MB)
- 15a. **Bootstrap bei Faktorenanalyse**.PDF (1,7 MB)
16. **Konfirmatorische Faktorenanalyse**.PDF (0,3 MB)
17. **Clusteranalyse**.PDF (3 MB)
18. **Pisa 2012 Almo-Daten und Analyse-Programme**.PDF (17 KB)
19. **Guttman- und Mokken-Skalierung**.PDF (0.8 MB)
20. **Latent Structure Analysis**.PDF (1 MB)
21. **Statistische Algorithmen in C** (80 KB)
22. **Conjoint-Analyse** (PDF 0,8 MB)
23. **Ausreisser entdecken** (PDF 170 KB)
24. **Statistische Datenanalyse Teil I, Data Mining I**
25. **Statistische Datenanalyse Teil II, Data Mining II**
26. **Statistische Datenanalyse Teil III, Arbeiten mit Almo-Datenanalyse-System**
27. **Mehrfachantworten. Tabellierung von Fragen mit Mehrfachantworten**
28. **Metrische multidimensionale Skalierung (MDS)** (0,4 MB)
29. **Metrisches multidimensionales Unfolding (MDU)** (0,6 MB)
30. **Nicht-metrische multidimensionale Skalierung (MDS)** (0,4 MB)
31. **Pfadanalyse**.PDF (0,7 MB)
32. **Datei-Operationen mit Almo** (1,1 MB)
33. **Wählerstromanalyse und Wahlhochrechnung** (1,6 MB)
34. **Soziometrie. Auswertung soziometrischer Daten** (0,5 MB)
35. **Konfidenzintervall und p-Wert beim Bootstrap-Verfahren** (200 KB)

INHALTSVERZEICHNIS

P20.25 Bootstrap bei Allgemeinem Linearem Modell.....	4
P20.25.1 Vorgehensweise	4
P20.25.2 Die Almo-Eingabemaske	5
P20.25.2.1 Die Optionsboxen.....	7
P20.25.2.2 Die Bootstrap-Eingabebox	9
P20.25.2.3 Die Zahl der Bootstrap-Stichproben.....	12
P20.25.3 Die Bootstrap-Ergebnisse.....	13
P20.25.3.1 Das "Multikollinearitäts-Problem"	14
P20.25.4 Die Ergebnistabelle Teil 1: Effekte und Regressionskoeffizienten	18
P20.25.5 Das einfache Perzentil-Verfahren	21
P20.25.5.1 Signifikanz p und Konfidenzintervall	21
P20.25.6 Das Perzentil-t -Verfahren.....	24
P20.25.6.1 Konfidenzintervall berechnet mit Perzentil-t -Verfahren.....	25
P20.25.6.2 Signifikanz p berechnet mit Perzentil-t -Verfahren.....	26
P20.25.6.3 Das symmetrische Perzentil-t -Verfahren	26
P20.25.7 Die Ergebnistabelle Teil 2: Korrelationskoeffizienten	27
P20.25.8 Mittelwertsvergleiche	29
P20.25.9 Randmittel.....	29
P20.25.10 Bootstrap bei multivariater Analyse.....	32
P20.25.10.1 Wilks Lambda und Korrelation	33
P20.25.10.2 Pillais Spur und Korrelation	35
P20.25.11 Ergebnisse aus Bootstrap bei multivariater Analyse	36
P20.25.12 Bootstrap bei Rubin-Kalkül für "plausible values" und "multipel imputierte" Variable	40
P20.25.12.1 Die Daten für Programm-Maske "Bootstrap_Pisa.Alm"	40
P20.25.12.2 Eingabe- und Optionsboxen von "Bootstrap_Pisa.Alm"	42
P20.25.12.2 Ergebnisse aus Programm-Maske "Bootstrap_Pisa.Alm"	44
Anhang: Vergleich Bootstrap-Ergebnisse SPSS und Almo	45
Literatur zu Bootstrap.....	51

P20.25 Bootstrap bei Allgemeinem Linearem Modell

P20.25.1 Vorgehensweise

Aus einer vorliegenden Stichprobe (wir nennen sie "originale" Stichprobe) der Größe n werden zufällig n Datensätze mit *Zurücklegen* ausgewählt. Dadurch entsteht die Bootstrap-Stichprobe Nr. 1. Das Zurücklegen bewirkt, dass manche Datensätze mehrfach ausgewählt werden und dass manche Datensätze der originalen Stichprobe nicht in die Bootstrap-Stichprobe geraten.

Auf diese Weise werden viele, etwa 1000 Bootstrap-Stichproben erzeugt. Für alle Stichproben werden die Ergebnisse errechnet. In *Almo* werden zuerst die Ergebnisse für die Original-Stichprobe ausgegeben, danach die aus allen Bootstrapstichproben zusammengefassten Ergebnisse. Das wird noch detailliert gezeigt. Besonders bedeutsam ist, dass aus dem Bootstrapping *empirische* Verteilungen für die verschiedenen Koeffizienten gewonnen werden. Dadurch ist es möglich, *Standardfehler*, *Signifikanzen* und *Konfidenzintervalle* für diese Koeffizienten zu ermitteln, die keine Verteilungsannahmen erfordern. Das ist der primäre Zweck des Bootstrap-Verfahrens. Es erzeugt "robuste", "verteilungsfreie" Schätzer und löst somit manches statistische Problem. So stellt sich etwa das Problem der Heteroskedastizität beim ALM nicht mehr. Siehe dazu *Almo*-Dokument 13 "Allgemeines lineares Modell", Abschnitt P20.6.8.1

Betrachten wir als Beispiel den Regressionskoeffizienten b_1 für eine unabhängige quantitative Variable x_1 . Aus den 1000 Bootstrap-Stichproben erhalten wir 1000 Werte für b_1 . Wir berechnen deren Mittelwert und ihre Standardabweichung. Die Standardabweichung ist dann der "Standardfehler" von b_1 . Die obere und untere Grenze des Konfidenzintervalls für beispielsweise ein Konfidenzniveau von 95% erhalten wir sehr einfach in folgender Weise: Die 1000 b_1 -Werte werden der Größe nach (aufsteigend) sortiert. Vom maximalen b_1 -Wert werden absteigend 2,5% von 1000 also 25 Werte heruntergezählt. Der dort in Position 975 stehende b_1 -Wert ist die obere Intervallgrenze. Entsprechend wird vom minimalen Wert ausgehend 25 Werte hinaufgezählt. So wird der untere Grenzwert gefunden. Zwischen den beiden Grenzwerten befinden sich dann 95% aller Werte und außerhalb der Grenzwerte 5% aller Werte. Fällt die Grenze zwischen zwei b_1 -Werte, dann wird interpoliert. Diese sehr einfache Berechnungsweise wird als "Perzentil-Verfahren" bezeichnet. Als alternatives Verfahren wird das PCa-Verfahren empfohlen, dem jedoch vorgeworfen wird, ein zu enges Intervall zu schätzen. Es gibt noch weitere Verfahren. Einen knappen Überblick findet man im englischen Wikipedia. *Almo* verwendet das Perzentil-Verfahren und optional das asymmetrische und symmetrische Perzentil-t-Verfahren.

Wird der Mittelwert aus den 1000 b_1 -Werten mit dem b_1 -Wert aus der Original-Stichprobe verglichen, so muss man in aller Regel eine kleine "Verzerrung" zur Kenntnis nehmen. Der Mittelwert hat sonst keine Bedeutung. Als bester Schätzer für b_1 wird der b_1 -Wert aus der Original-Stichprobe für den Forschungsbericht verwendet. Als seinen Standardfehler wird die aus dem Bootstrap gewonnene Standardabweichung eingesetzt, als seine Signifikanz p und sein Konfidenzintervall wird der aus dem Perzentil-Verfahren errechneten Werte eingesetzt. Alle diese Koeffizienten sind "parameterfrei".

Almo unterzieht nicht nur die Regressionskoeffizienten diesem Bootstrap-Kalkül sondern auch weitere Koeffizienten, die im Rahmen des ALM berechnet werden. Das wird in den nachfolgenden Abschnitten noch gezeigt.

Analyse-Variablen: Unabhängige Variable Hilfe

nominale unabhängige Variable Hilfe

Geschlecht, Herkunft, Wohnlage

3

Interaktionen x. Ordnung zwischen den nominalen unabhängigen Variablen bilden

oder einige ausgewählte Interaktionen bilden Hilfe

0 =keine Interaktionen bilden

Geschlecht, Herkunft, Wohnlage

paarweise Vergleiche für die nominalen unabhängigen Variablen rechnen

quantitative unabhängige Variable Hilfe

Alter, Bildungsniveau, Berufsqualifikation

ordinale unabhängige Variable Hilfe

Die unabhängigen Variablen sind

1. die Hauptdummies der 3 nominalen Variablen
 - A Geschlecht: A1 männl, A2 weibl
 - B Herkunft: B1 Unterschicht, B2 Mittelschicht, B3 Oberschicht
 - C Wohnlage: C1 Land, C2 Stadtrand, C3 Stadt
2. die Interaktionsdummies der 2-er Interaktionen: AB, AC, BC
3. die Interaktionsdummies der 3-er Interaktion: ABC
4. die 3 Kovariaten: Alter, Bildungsniveau, Berufsqualifikation

Die jeweils letzte, redundante Dummy jeder nominalen Variablen wird gestrichen. Die wirksamen unabhängigen Variablen sind dann folgende

lfde. Nummer	Bezeichnung	Name
1	A1	männl
2	B1	Unterschicht
3	B2	Mittelschicht
4	C1	Land
5	C2	Stadtrand
6	A1 B1	
7	A1 B2	
8	A1 C1	
9	A1 C2	
10	B1 C1	
11	B1 C2	
12	B2 C1	
13	B2 C2	
14	A1 B1 C1	
15	A1 B1 C2	
16	A1 B2 C1	
17	A1 B2 C2	

18	V11	Alter
19	V1	Bildungsniv.
20	V2	Berufsqualif.

Die laufende Nummer "**lfde.Nummer**" der wirksamen, nicht-redundanten Variablen wird später im Zusammenhang mit dem Problem der Multikollinearität noch bedeutsam sein.

Interaktionen

Interaktionen höher als 2. Ordnung sind fast immer inhaltlich nicht interpretierbar. Sie erhöhen beträchtlich den Speicherbedarf und die Rechenzeit und verursachen oft Multikollinearitäten. Wir werden auf dieses Thema zurückkommen. Ihr einziger Vorteil ist es, dass sie die multiple Korrelation des Gesamtmodells vergrößern - dies jedoch durch die Einführung nicht interpretierbarer Variablen.

Problem: Ordinale Variable

Die Einbeziehung ordinaler Variable ist problematisch. Siehe dazu Abschnitt P20.6.9 im Almo-Dokument Nr. 13 "Allgemeines lineares Modell". Je nach Variablenkonstellation können der Speicherbedarf und die Rechenzeit extrem anwachsen. In der Literatur sind keine Analysen zu finden, bei denen ordinale Variable in das Bootstrap-Verfahren mit einbezogen wurden.

P20.25.2.1 Die Optionsboxen

Die in der Programm-Maske angebotenen Optionen leisten folgendes: (a) Sie manipulieren die Daten und (b) sie legen fest, welche Kalkül-Varianten anstelle des voreingestellten Kalküls gewählt werden sollen. Betrachten wir zunächst die Gruppe a der Optionen.

Optionen, die die Daten manipulieren

(1) Optionsbox *Ein- und Ausschluss von Untersuchungseinheiten*.

Entsprechend der Benutzer-Anweisungen werden Datensätze eliminiert bzw. nur unter bestimmten Bedingungen für die weitere Analyse beibehalten.

(2) Optionsbox *Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben*

Umkodierungen von Variablen, Gleichungen, Anweisungen vom Typ "Wenn...Dann" usw. werden gemäß der Anweisung des Benutzers durchgeführt.

(3) Optionsbox *Ausreisser vom Typ 1 identifizieren*. Untersuchungsobjekte, die in Analysevariablen Werte einnehmen, die nicht mehr plausibel sind, werden identifiziert und ausgeschlossen oder in einer speziellen Weise behandelt.

(4) Optionsbox *Untersuchungseinheiten gewichten*; beispielsweise weil sie in manchen Variablen in den Stichprobendaten gegenüber der Grundgesamtheit unter- oder überrepräsentiert sind.

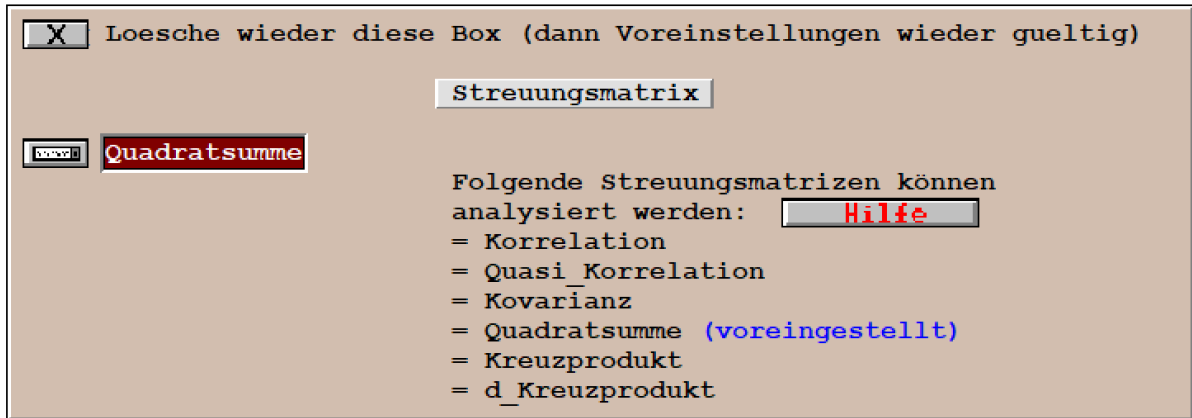
Diese Datenmanipulationen werden in der dargestellten Reihenfolge, eine nach der anderen, ausgeführt. Dies geschieht in einem vorausgehenden Schritt. Almo schreibt die veränderten Daten - aber nur die der Analysevariable - in eine spezielle Datei auf einem externen Speichermedium und in eine interne Datenmatrix. Aus ersterer werden dann die Daten für die originale Stichprobe entnommen. Die Daten für die x Bootstrap-Stichproben werden aus der internen Datenmatrix entnommen (wodurch die Rechengeschwindigkeit erheblich beschleunigt wird).

Diese vier Optionen werden nach Klick auf die Hilfefknöpfe in den jeweiligen Optionsboxen ausführlich erläutert. Auch im Dokument Nr. 0 "Arbeiten mit Almo" und im Dokument Nr.13 "Allgemeines Lineares Modell" im Abschnitt P20.8.1 werden sie ausführlich beschrieben.

Optionen, die den Kalkül steuern

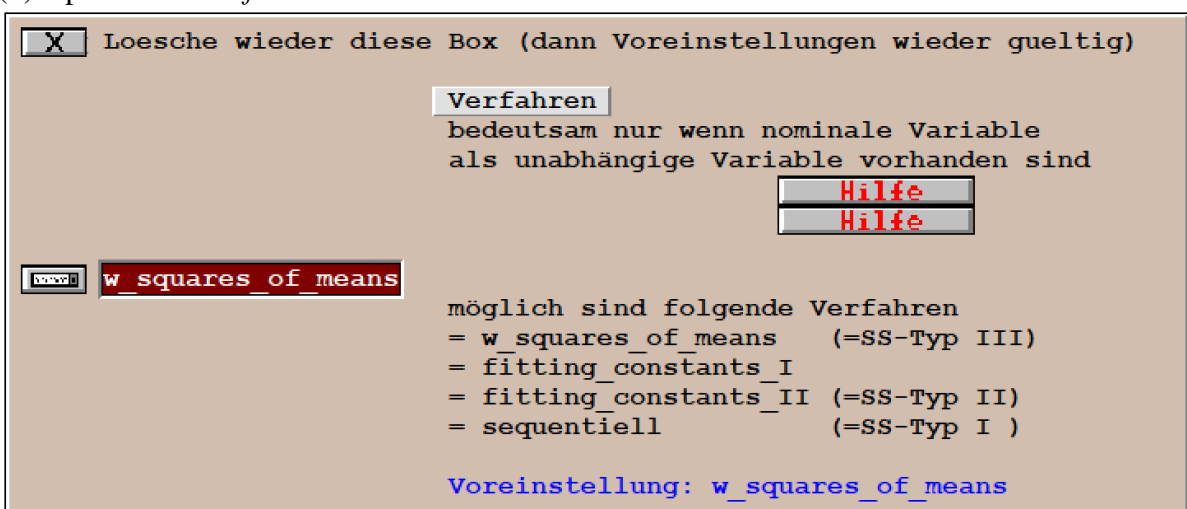
Die Optionsboxen werden in Almo-Dokument 13 "Allgemeines Lineares Modell", Abschnitt P20.8.1, ca. S. 98. ausführlich beschrieben

(1) Optionsbox *Streuungsmatrix*.



Standardmäßig verwendet Almo die Quadratsummenmatrix. Dabei tritt beim Bootstrapping ein kleines Problem auf: Das Konfidenzintervall für die Konstante kann nur nach dem einfachen Perzentil-Verfahren aber nicht nach dem Perzentil-t -Verfahren berechnet werden. Wird die Quadratsummenmatrix verwendet, dann ermittelt Almo für die Konstante zwar deren Wert, aber nicht deren Standardfehler, der für das Perzentil-t -Verfahren gebraucht wird. Soll dieses aber doch eingesetzt werden, dann muss die "Kreuzprodukte"- oder besser die "d_Kreuzprodukte"-Matrix in der Optionsbox gewählt werden. Dann ermittelt Almo für die Konstante auch deren Standardfehler. "Kreuzprodukt" oder "d_Kreuzprodukt" sollten dann aber nur als *zusätzliche 2. Analyse* eingesetzt werden - eben nur um den Konstanten-Standardfehler zu gewinnen. Siehe Almo-Dokument 13 "ALM Allgemeines Lineares Modell", Abschnitt P20.8.1.1, ca. S. 98.

(2) Optionsbox *Verfahren*.



Standardmäßig verwendet Almo "w_squares_of_means". Es ist identisch mit SS-Typ III bei SPSS bzw. SAS. Ausnahmsweise eingesetzt werden können auch fitting constants I oder II. Dann dürfen jedoch keine Interaktionen angefordert werden. Die beiden Verfahren sind in diesem Fall identisch. Ist nur eine unabhängige nominale Variable vorhanden, dann sollte fitting constants sogar "w_squares_of_means" vorgezogen werden. Das sequentielle

Verfahren kann für Bootstrap nicht verwendet werden. Siehe Almo-Dokument 13, Abschnitt P20.7.1

(3) Optionsbox *Nenner für Varianz, Kovarianz*

(4) Optionsbox *Schwellenwerte für Multikollinearität.*

(5) Optionsbox *"Aussehen" der auszugebenden Tabelle bzw. Matrix*

Hier kann auch die Zahl der Kommastellen für die Ergebnis-Ausgabe eingestellt werden

Die Optionsboxen 3, 4 und 5 werden in Almo-Dokument 13, Abschnitt P20.7.1 erläutert.

P20.25.2.2 Die Bootstrap-Eingabebox

Wird die Optionsbox "Bootstrap" geöffnet, dann sieht man folgendes

 Option: Bootstrap	
<input checked="" type="checkbox"/> Loesche wieder diese Box (dann Voreinstellungen wieder gueltig)	
Option: Bootstrap	
 <input type="checkbox"/> 1	1 =Bootstrap ausführen 0 =nicht
 <input type="text" value="1000"/>	wieviele Stichproben sollen gerechnet werden 
Konfidenzintervall	
 <input type="text" value="95.00"/>	Konfidenzniveau in % 
 <input type="checkbox"/> 0	Konfidenzintervall berechnen mit  0 = einfachem Perzentil-Verfahren 1 = Perzentil-t-Verfahren 2 = symmetrisches Perzentil-t-Verfahren 3 = Perzentil-Verf. BC (bias corrected) 4 = Perzentil-Verf. BCa (bias corrected accelerated)
 <input type="text" value="578125"/>	Startzahl Zufallsgenerator
	Behandlung von Multikollinearität in Bootstrap 
	Bootstrap mit mehreren abhängigen Variablen 
	Spezielle Ergebnisse ausgeben

Eingabefeld 1: Bootstrap 1=ausführen, 0=nicht

Eingabefeld 2: Zahl der Bootstrap-Stichproben.

Empfohlen mindestens 1000. Die Rechenzeit beträgt für unser Beispiel nur einige Sekunden. Sie hängt direkt von der gewählten Stichprobenzahl ab. Erhöht man die Stichprobenzahl von beispielsweise 1000 auf 1500, dann erzeugt man dadurch Bootstrap-Ergebnisse, die vielleicht an der 3. Kommastellen verändert sind. Man darf aber nicht unterstellen, dass sie "besser" sind, d.h. dass sie den "wahren" Werten in der Grund-

gesamtheit näher kommen. Entscheidend ist die Qualität der Originalstichprobe. Ist sie verzerrt, dann wird sie durch Bootstrapping nicht repräsentativ. Wichtig ist, dass man die Stichprobenzahl an das Konfidenzniveau anpasst. Wir werden bei der Erläuterung zu Eingabefeld 3 (Konfidenzniveau) darauf zurückkommen. Siehe auch nachfolgenden Abschnitt P20.25.9. Dort wird gezeigt welche Auswirkungen eintreten, wenn die Stichprobenzahl erhöht wird.

Eingabefeld 3: Konfidenzniveau für Konfidenzintervall

Der Benutzer bestimmt das Konfidenzniveau. Üblich ist ein Niveau von 95%. Wir haben in Abschnitt P20.7.9.1 am Beispiel eines Regressionskoeffizienten bereits gezeigt, was dies bedeutet. Werden die Regressionskoeffizienten aus z.B. 1000 Bootstrap-Stichproben der Größe nach (aufsteigend) sortiert, dann liegen die Grenzwerte des Konfidenzintervalls 2.5%, also 25 Werte unterhalb bzw. oberhalb des maximalen bzw. minimalen Werts. 950 Werte liegen zwischen den Intervallgrenzen. 25 Werte sind wenig, besser wäre es, 2000 Stichproben zu rechnen. Dann liegen 50 Werte ober- und unterhalb der Grenzwerte. Wird ein Konfidenzniveau von 99% gewählt, dann liegen bei 1000 Stichproben nur 5 Werte ausserhalb der Intervallgrenzen. Erst mit 5000 Stichproben werden 25 Werte und mit 10 000 Stichproben 50 Werte außerhalb der Intervallgrenzen erreicht. Der Benutzer sollte die Stichprobenzahl an das Konfidenzniveau (oder umgekehrt) anpassen. Ziel muss es sein möglichst viele Werte unter- bzw. oberhalb der Grenzwerte des Konfidenzintervalls zu erhalten. Je mehr aufsteigend sortierte Stichprobenwerte vorliegen umso feiner sind die Differenzen von einem Wert zum nächsten, umso genauer können die Grenzwerte bestimmt werden. Je höher auch der Benutzer das Konfidenzniveau ansetzt, umso mehr nähern sich der obere und untere Grenzwert dem maximalen bzw. minimalen Wert an, umso breiter wird das dazwischen liegende Konfidenzintervall.

Eingabefeld 4: Konfidenzintervall

Almo bietet drei Methoden für die Berechnung des Konfidenzintervalls an. Dies sind

0 = das einfache Perzentil-Verfahren

1 = das asymmetrische Perzentil-t -Verfahren

2 = das symmetrische Perzentil-t -Verfahren

3 = das Perzentil BC-Verfahren (bias corrected)

4 = das Perzentil BCa-Verfahren (bias corrected and accelerated)

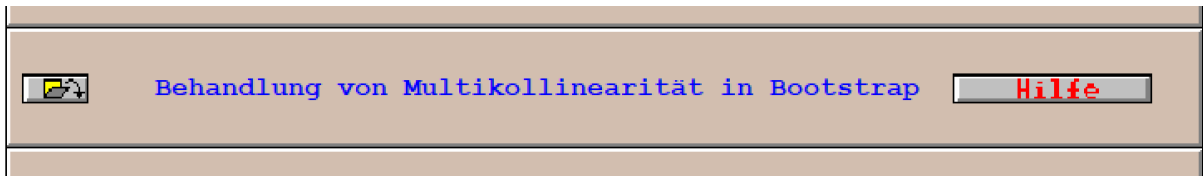
Diese Verfahren werden in folgenden Abschnitten ausführlich erläutert

Vom gewählten Verfahren hängt auch ab, wie die Signifikanz, genauer der p-Wert des untersuchten Koeffizienten (z.B. des Regressionskoeffizienten) ermittelt wird. Bei den beiden Perzentil-t -Verfahren wird p anders berechnet als bei den übrigen Verfahren. Die Verfahren und auch die Berechnung des p-Wertes, werden in den nachfolgenden Abschnitten P20.25.4 bis P20.25.6 ausführlich beschrieben.

Eingabefeld 5: Startzahl des Zufallsgenerators.

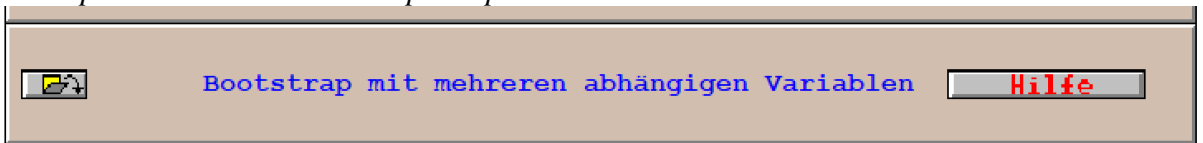
Der Benutzer kann die Startzahl beliebig verändern. Wird eine zweite Analyse mit der gleichen Startzahl gerechnet, dann entsteht exakt dieselbe Folge von Zufallszahlen mit der Folge, dass aus der Originalstichprobe dieselben Probanden für die Bootstrap-Stichprobe ausgewählt werden wie für die erste Analyse. Damit sind auch die Ergebnisse identisch. Siehe dazu Abschnitt P20.25.9.

Behandlung von Multikollinearität in Bootstrap



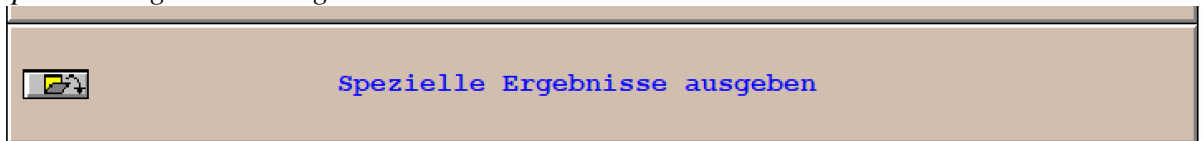
In dieser Sub-Box werden dem Benutzer Lösungen für den Fall angeboten, dass lineare Abhängigkeit beim Bootstrap-Verfahren aufgetreten sind. Wir werden in Abschnitt P20.25.3.1, Absatz "Die 2. Analyse" ausführen, wie Almo dieses Problem löst. Siehe zu diesem Problem auch Almo-Dokument 13 "ALM Allgemeines Lineares Modell", Abschnitt P20.7.9.3

*Bootstrap mit mehreren abhängigen Variablen
auch "plausible values" u. multipel imputierte Variable*

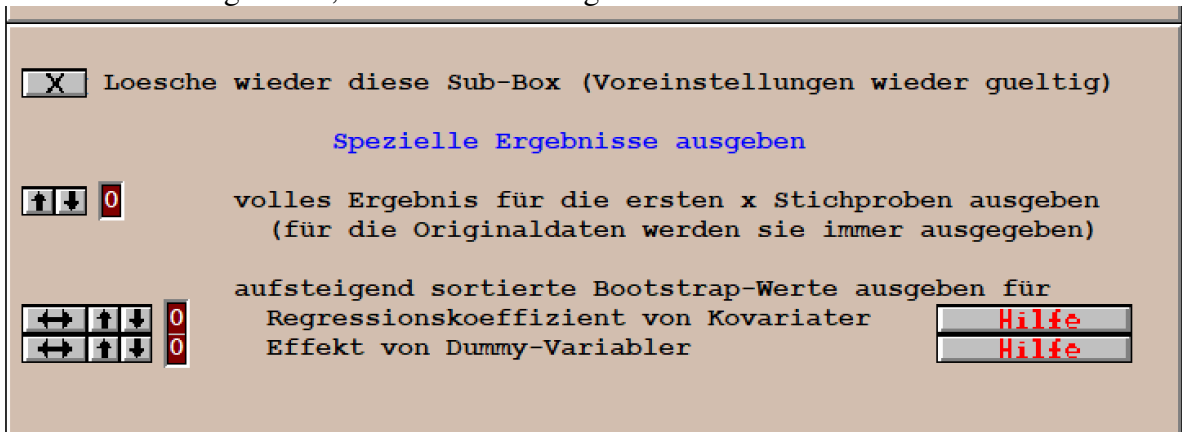


In dieser Sub-Box wird (1) dem Benutzer, für den Fall, dass mehrere abhängige Variable vorhanden sind, angeboten, eine multivariate Analyse dem Bootstrap-Verfahren zu unterziehen, und (2) ein Bootstrap-Verfahren zu rechnen, wenn die abhängigen Variablen "plausible values" oder "multipel imputierte Variable" sind - wobei der Kalkül nach Rubin gerechnet wird. In Abschnitt P20.25.11 und P20.25.12 werden diese beiden Erweiterungen ausgeführt.

Spezielle Ergebnisse ausgeben



Wird die Subbox geöffnet, dann sieht man folgendes



Eingabefeld 1: Volle Ergebnis-Ausgabe

0 = die Ergebnisse für die Originalstichprobe werden ausgegeben. In einem deutlich getrennten 2. Teil der Ergebnisliste werden danach die kumulierten Bootstrap-Ergebnisse aus der Gesamtzahl der Stichproben ausgegeben. Das ist die Voreinstellung.

x = wird beispielsweise 3 eingesetzt, dann werden die Ergebnisse für die Originalstichprobe und zusätzlich für die Bootstrap-Stichproben 1, dann 2, dann 3 und danach die zusammengefassten Bootstrap-Ergebnisse für die Gesamtzahl der Stichproben ausgegeben.

Eingabefeld 2: Aufsteigend sortierte Bootstrap-Werte ausgeben

für Regressions koeffizient der x-ten Kovariaten

0 = keine Aktion

x = Bootstrapwerte für die x-te Kovariante

Die Option kann nur aktiviert werden, wenn das einfache Perzentil-Verfahren und nicht das Perzentil-t -Verfahren gewählt wurde. Siehe Bootstrap-Optionsbox, Eingabefeld 3 und P20.25.5.

Es ist empfehlenswert, zuerst eine Analyse mit dem Eintrag 0 (=keine Aktion) zu rechnen. In der Ergebnisliste sind die Kovariaten mit 1, 2, 3, ... am linken Rand durchnummeriert.

Ein Beispiel:

Der Benutzer möchte die aufsteigend sortierten Regressionskoeffizienten der Kovarianten z.B. "Bildungsniveau" aus den 1000 Bootstrapstichproben sehen. Die Kovariante hat die Nummer 2. In das Eingabefeld ist dann 2 einzusetzen. Es darf nur eine Zahl eingetragen werden

Eingabefeld 3: Aufsteigend sortierte Bootstrap-Werte ausgeben
für Effekt der x-ten Dummy-Variablen

0 = keine Aktion

x = Bootstrapwerte für die x-te Dummy

In Abschnitt P20.25.5.1 werden wir ein umfangreiches Beispiel für diese Option vortragen

Die Option kann nur aktiviert werden, wenn das einfache Perzentil-Verfahren und nicht das Perzentil-t -Verfahren gewählt wurde. Siehe Bootstrap-Optionsbox, Eingabefeld 3 und P20.25.5.

Es ist empfehlenswert, zuerst eine Analyse mit dem Eintrag 0 (=keine Aktion) zu rechnen. In der Ergebnisliste sind die Dummies mit 1, 2, 3, ... am linken Rand durchnummeriert.

Ein Beispiel:

Der Benutzer möchte die aufsteigend sortierten Effekte der Dummy-Variablen z.B. A1B3. aus den 1000 Bootstrapstichproben sehen. Die Dummy hat die Nummer 11.

In das Eingabefeld ist dann 11 einzusetzen. Es darf nur eine Zahl eingetragen werden.

P20.25.2.3 Die Zahl der Bootstrap-Stichproben

Wie ändern sich die Ergebnisse des Bootstrappings wenn die Stichprobenzahl verändert wird. Wir haben dies für die Dummy A1 männlich getan und dabei die zweiseitige Signifikanz p und das Konfidenzintervall des Effekt dieser Variablen untersucht. Gerechnet wurde das einfache Perzentil-Verfahren.

Stich- proben- zahl	Signif p	optimal Konfniv	Konfidenzintervall Konfniv=0.950	
			unten	oben
100	0.020	0.980	0.096652	0.613246
500	0.048	0.952	0.013475	0.667787
1000	0.046	0.954	0.013475	0.711313
2000	0.048	0.952	0.005291	0.731829
5000	0.046	0.954	0.007103	0.720098
10000	0.042	0.958	0.013056	0.720791
15000	0.041	0.959	0.015180	0.724802
20000	0.042	0.958	0.014530	0.722788

Die Startzahl für den Zufallsgenerator war immer dieselbe. Das wirkt sich so aus dass z.B. bei Stichprobenzahl 2000 die ersten 1000 Stichproben identisch mit denen bei Stichprobenzahl 1000 sind. Die Werte-Änderung bei Stichprobenzahl 2000 im Vergleich zu 1000 Stichproben ist also dadurch entstanden, dass um 1000 Stichproben erweitert wurde.

Ab 1000 Stichproben sind die Unterschiede gering.

In nachfolgender Tabelle wird gezeigt, dass bei Änderung der Startzahl des Zufallsgenerators die Ergebnisse nur zufällig verschieden sind - was nicht anders zu erwarten war. Die größte Differenz beträgt rund 0.009.

10 000 Stichproben mit verschiedener
Startzahl für Zufallsgenerator

Signif p	optimal Konfniv	Konfidenzintervall Konfniv=0.950	
		unten	oben
0.0418	0.9582	0.013056	0.720791
0.0444	0.9556	0.008719	0.714514
0.0456	0.9544	0.009512	0.716102
0.0420	0.9580	0.012772	0.715375
0.0426	0.9574	0.004243	0.718730

Mess-"Feinheit"

Wie wirkt sich eine Erhöhung der Stichprobenzahl auf den Kalkül für die Signifikanz und das Konfidenzintervall aus. Wir vergleichen die aufsteigend sortierten Effekte der Variablen A1 aus 1000 und 10 000 Stichproben

1000 Stichproben		10 000 Stichproben		
=====		=====		
1	-0.2598930	1	-0.3675820	
2	-0.1551420	2	-0.2670360	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
23	-0.0010547	209	-0.0000428	
-----		-----		<--- 0.0
24	0.0033431	210	0.0001735	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
25	0.0052912	250	0.0126888	
-----		-----		
26	0.0134753	251	0.0130560	<--- untere Konfidenzgrenze
.	.	.	.	
.	.	.	.	
1000	0.7319800	10000	0.7359790	

Die Werte aus den beiden Analysen überstreichen einen Bereich von grob -0.26 bis 0.73. Bei 10 000 Stichproben kann der 1. Wert mit -0.3675820 als Ausreisser betrachtet werden. Bei der Analyse mit 1000 Stichproben ist dieser Bereich durch 1000 Werte unterteilt, bei der Analyse mit 10 000 Stichproben durch 10 000 Werte also "feiner". Der Wert 0 wird bei 1000 Stichproben zwischen Position 23 und 24 überschritten. Dem würde bei 10 000 Stichproben die Positionen von 230 bis 240 entsprechen. Tatsächlich wird er jedoch zwischen Position 209 und 210 überschritten. Durch die Position von 0 wird das optimale Konfidenzniveau und die Signifikanz p festgelegt. Die Signifikanz beträgt für 1000 Stichproben 0.046 und für 10 000 Stichproben 0.042. Der Unterschied von 0.004 ist allerdings vernachlässigbar. Aber wir können behaupten, er ist messgenauer.

P20.25.3 Die Bootstrap-Ergebnisse

Almo gibt zuerst die Ergebnisse für die Originalstichprobe aus. Hat der Benutzer im Eingabefeld 3 angefordert, auch die Ergebnisse der z.B. ersten 3 Bootstrap-Stichproben auszugeben, so werden deren Ergebnisse eine nach der anderen präsentiert. Wir werden diese Ergebnisse hier nicht erläutern. Sie werden in Abschnitt P20.9 des Almo-Dokuments Nr. 13 "ALM Allgemeines Lineares Modell" detailliert interpretiert.

P20.25.3.1 Das "Multikollinearitäts-Problem"

Im 2. Teil der Ergebnisliste werden die kumulierten Bootstrap-Ergebnisse vorgetragen, die in unserem Beispiel mit einer Fehlermeldung beginnen - die den Benutzer aber nicht erschrecken sollte. Wir haben unsere Beispieldaten absichtlich so konstruiert, dass dieser Fehler auftreten muss. Es ist dies ein Fehler, der durch *lineare Abhängigkeiten* in den unabhängigen Variablen auftritt und nicht selten ist, vor allem dann, wenn 3 und mehrere nominale Variable vorhanden sind - und auch noch Interaktionen hoher Ordnung vom Benutzer angefordert werden. Anstelle des Begriffs der "linearen Abhängigkeit" wird in der Literatur auch der Begriff "Multikollinearität" verwendet.

Nicht ungewöhnlich ist es, dass in einer Bootstrapstichprobe eine unabhängige Variable X1 von einer anderen unabhängigen Variablen X2 oder einer Linearkombination anderer Variablen linear abhängig ist. Das Bootstrap-Verfahren kann dann nicht korrekt durchgeführt werden. Die Variable X1 muss eliminiert werden, damit weiter gerechnet werden kann. Dieser Fall tritt hauptsächlich auf, wenn bei Varianz-, Kovarianz-Analysen Interaktionen höherer Ordnung mit eingeschlossen werden. Er tritt fast immer auf, wenn Interaktionen 3. oder noch höherer Ordnung angefordert werden.

Tritt der Fall schon bei der Originalstichprobe auf, dann sollte der Forscher sein Erklärungsmodell ändern, etwa dadurch dass er unabhängige Variable aus der Analyse heraus nimmt. Bei der Kovarianzanalyse genügt es oft, auf die Interaktionen höchster Ordnung zu verzichten, z.B. bei 3 unabhängigen nominalen Variable A, B, C auf die 3-er Interaktionen ABC zu verzichten und sich mit den 2-er Interaktionen AB, AC und BC zu begnügen oder sogar sich nur auf die Haupteffekte zu beschränken. Ein derartiger Verzicht ist auch dadurch gerechtfertigt, dass die Interaktionsvariablen inhaltlich meistens nicht interpretierbar sind.

Wenn lineare Abhängigkeiten aufgetreten sind, dann liefert Almo folgende Ausgabe

```
=====
Ergebnisse aus Bootstrap mit 1000 Stichproben
=====
```

***** FEHLER

```
In manchen Bootstrap-Stichproben entstand eine Datenkonstellation, bei
der unabhængige Variable wegen linearer Abhængigkeit eliminiert werden
mussten. Die Folge davon ist, dass die Stichproben unterschiedliche
Zahlen und Konstellationen von unabhængigen Variablen besitzen können
Die Stichproben des Bootstrap-Verfahrens sind nicht mehr vergleichbar
Almo rechnet weiter
```

Die Ausgabe beginnt mit einer Fehlermeldung. Es wird mitgeteilt, dass in einigen Bootstrap-Stichproben lineare Abhängigkeiten (=Multikollinearitäten) aufgetreten sind, die Almo beseitigt hat, indem es Variable, die dafür verantwortlich sind, aus der Analyse ausgeschlossen hat. Die *einzelnen* Stichproben werden also korrekt ausgewertet. Es gibt aber nun ein Problem. Es besteht darin, dass je unabhängige Variable (1) Standardfehler, (2) p-Werte, (3) Konfidenzintervalle aus unterschiedlich vielen Stichproben und auch unterschiedlichen Variablen-Konstellationen errechnet werden. Die unabhängigen Variablen sind in den genannten drei Bootstrap-Koeffizienten nicht korrekt *vergleichbar*. Almo schlägt eine zweite veränderte Analyse vor, bei der die linear abhängigen Variablen aus *allen* 1000 Analysen ausgeschlossen sind, bietet aber auch noch zwei weitere "Behandlungen der Multikollinearität" an. Almo rechnet nicht automatisch diese zweite Analyse. Es überlässt dem Benutzer zu entscheiden, was geschehen soll.

Das fehlerhafte Bootstrap-Ergebnis kann akzeptiert werden, wenn nur einige wenige unabhängige Variablen in nur einigen wenigen Bootstrap-Stichproben lineare Abhängigkeiten erzeugten und eliminiert wurden. In der letzten Spalte der Ergebnistabelle für das Bootstrapping listet Almo auf, wie viele Fälle von Multikollinearität je Variable aufgetreten sind. Wir zeigen einen Ausschnitt aus der Tabelle

lfde.Nummer der nicht-redundanten Dummies		Regress.koeffizient		Variable eliminiertt x Stichpro
		original	Bootstrap	
	Haupteffekte			
	Interakt.effekte			
1	A1 männl	0.3737	0.3736	-
	A2 weibl	-0.3737	-0.3736	-
2	B1 Land	0.0059	0.0060	-
3	B2 Stadtrand	0.2064	0.2067	-
	B3 Stadt	-0.2123	-0.2127	-
4	C1 Unterschic	-0.1586	-0.1293	-
5	C2 Mittelschi	0.2934	0.2919	-
	C3 Oberschich	-0.1348	-0.1627	-
6	A1 B1	0.0495	0.0589	-
7	A1 B2	0.0002	0.0115	-

	B2 C1	-0.4314	-0.4538	-
13	B2 C2	0.0234	0.0240	3
	B2 C3	0.4080	0.4299	-
	B3 C1	0.4894	0.5225	-
	B3 C2	-0.1735	-0.1768	-
	B3 C3	-0.3158	-0.3457	-
14	A1 B1 C1	0.4584	0.4585	-
15	A1 B1 C2	-0.2814	-0.2803	2
	A1 B1 C3	-0.1770	-0.1788	-
16	A1 B2 C1	0.0242	0.0336	23
17	A1 B2 C2	0.0447	0.0408	244

Wären es nur 3 Fälle, wie bei der 2-er Interaktions-Dummy B2C2 oder 2 Fälle bei der 3-er Interaktions-Dummy A1B1C2, dann würde kein Problem bestehen. Man erkennt jedoch, dass die 3-er Interaktion A1B2C2 in 244 Stichproben eine lineare Abhängigkeit erzeugt hat und dadurch von Almo eliminiert werden musste. Für A1B1C2 stehen also $1000-2=998$ Stichproben mit ihren Ergebnissen zur Verfügung, für A1B2C2 kann Almo die Bootstrap-Ergebnisse nur aus 756 Stichproben kumulieren. 3 lineare Abhängigkeiten wären zu akzeptieren, aber nicht 224. Es muss eine 2. Analyse mit Bootstrap gerechnet werden. Almo teilt mit, welche Variable der Benutzer dabei ausschließen muss.

***** WARNUNG

Zahl der Bootstrap-Stichproben, in denen für eine oder mehrere Variable lineare Abhängigkeiten gefunden wurden: 244

Die Variablen, die die linearen Abhängigkeiten erzeugten wurden eliminiert und die betroffene Bootstrapstichprobe mit den verbleibenden Variablen gerechnet

***** WARNUNG

In den Bootstrap-Stichproben wurden fuer folgende nicht-redundante Dummies und Kovariate lineare Abhängigkeiten entdeckt
13,15,16,17

Dies sind die laufenden Nummern der nicht-redundanten Dummies und Kovariaten in der Reihenfolge der unabhängigen Variablen, nicht die Variablennummern.

Setzen Sie diese Nummern in der Sub-Box
 "Behandlung von Multikollinearitaet"
 im Eingabefeld "diese Variable aus allen
 Stichproben ausschliessen" ein

 Rechnen Sie eine 2. Analyse
 bei der in der Sub-Box "Behandlung von Multikollinearitaet" Behandlung 1 oder 2
 eingesetzt ist - und/oder bei der
 im Eingabefeld "diese Variable aus allen Stichproben ausschliessen" die oben
 angegebenen laufenden Nummern der zu eliminierenden Variablen eingetragen sind

Der Begriff "laufende Nummer"

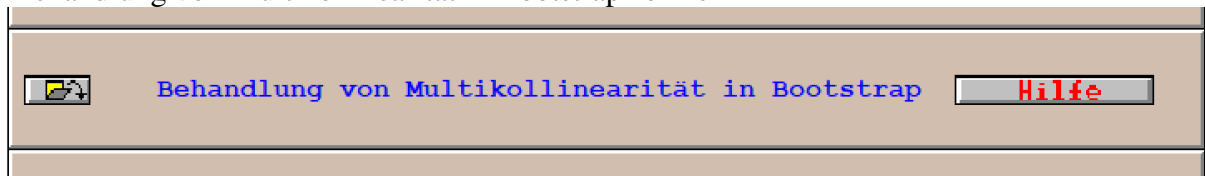
In unserem Beispiel wird von Almo dieser Begriff durch folgende Tabelle erläutert

lfde.Nummer	Bezeichnung	eliminiert in x Stichproben
1	A1	-
2	B1	-
3	B2	-
4	C1	-
5	C2	-
6	A1 B1	-
7	A1 B2	-
8	A1 C1	-
9	A1 C2	-
10	B1 C1	-
11	B1 C2	-
12	B2 C1	-
13	B2 C2	3
14	A1 B1 C1	-
15	A1 B1 C2	2
16	A1 B2 C1	22
17	A1 B2 C2	244
18	V11	-
19	V1	-
20	V2	-

Die "laufende Nummer" meint die Nummer der nicht-redundanten Dummy und Kovariaten in der Reihenfolge der unabhängigen Variablen.

Die 2. Analyse

Wir folgen der Aufforderung von Almo und rechnen eine 2. Analyse, wobei wir die Sub-Box "Behandlung von Multikollinearität in Bootstrap" öffnen



..... und die (laufenden) Nummern 13,15,16,17, wie von Almo vorgeschlagen, einsetzen.

X Loesche wieder diese Sub-Box (Voreinstellungen wieder gueltig)

Behandlung von Multikollinearität in Bootstrap

Wenn eine Variable durch Multikollinearität betroffen ist dann sind folgende Behandlungen möglich:

0 = Bootstrapstichprobe für betroffene Variable ausschliessen, für die nicht-betroffenen verwenden

1 = Bootstrapstichprobe insgesamt nicht verwenden wenn auch nur eine Variable betroffen ist

2 = Bootstrapstichprobe durch neue ersetzen wenn auch nur eine Variable betroffen ist

diese Variable aus allen Stichproben ausschliessen

13,15,16,17

0 Nummern der Stichproben mit Multikollinearität mitteilen
1 = in der Ergebnisliste mitteilen
0 = nicht

Almo liefert aus dieser 2. Analyse ein "multikollinearitäts-freies" Ergebnis für alle unabhängigen Variablen. Die Ergebnisse für alle Variablen wurden aus denselben Stichproben gewonnen - allerdings durch Verzicht auf die unabhängigen Variablen mit den laufenden Nummern 13,15,16,17 (und der von diesen beeinflussten *redundanten* Dummies)

Sinnvoll wäre es die Nummer 13 *nicht* einzugeben. Dies ist die laufende Nummer der 2-er Interaktions-Dummy B_2C_2 , die nur in 3 Stichproben eliminiert werden muss. Wird sie eingegeben, dann wird diese Variable in *allen* Stichproben eliminiert - obwohl sie in 997 Stichproben vorhanden wäre.

Wie in der Eingabebox zu sehen ist, offeriert Almo noch 2 weitere "Behandlungen" für den Fall der Multikollinearität.

Behandlung 1:

Wenn in einer Bootstrapstichprobe auch nur eine linear abhängig Variable enthalten ist, dann wird diese Stichprobe ausgeschlossen. Sie wird für das Bootstrap-Verfahren nicht verwendet. Zurück bleiben nur die Stichproben, die alle Variable enthalten. Mit ihnen kann ein "multikollinearitäts-freies" Bootstrap-Verfahren gerechnet werden. In unserem Beispiel bleiben allerdings nur 756 Bootstrapstichproben zurück. 244 Stichproben konnten nicht verwendet werden. Wird zur Behandlung=1 zusätzlich noch in das 2. Eingabefeld die Nummer 17 eingegeben, dann wird die Variable $A_1B_2C_2$ vollständig aus der Analyse herausgenommen. Dann kann ein Bootstrap-Verfahren mit 973 "multikollinearitäts-freien" Stichproben gerechnet werden.

Behandlung 2:

Wenn in einer Bootstrapstichprobe auch nur eine linear abhängig Variable enthalten ist, dann wird diese Stichprobe ausgeschlossen - und durch eine neue ersetzt. Dabei kann es geschehen,

dass die neue Stichprobe ebenfalls eine linear abhängig Variable enthält. Es wird solange ersetzt, bis eine von Multikollinearität freie Stichprobe entsteht. In unserem Beispiel mussten 339 Stichproben ersetzt werden. Wird zusätzlich noch in das 2. Eingabefeld die Nummer 17 eingegeben, dann wird die Variable A1B2C2 vollständig aus der Analyse herausgenommen. Dann kann ein "multikollinearitäts-freien" Bootstrap-Verfahren gerechnet werden, bei dem nur 29 Stichproben ersetzt werden mussten.

Bei Behandlung 1 und 2 sind die Stichproben 1 bis 756 dieselben, sofern nicht zusätzlich vom Benutzer Variable eliminiert wurden und sofern in den beiden Analysen die gleiche Startzahl für den Zufallsgenerator eingesetzt wurde.

P20.25.4 Die Ergebnistabelle Teil 1: Effekte und Regressionskoeffizienten

Wir wollen bei der 2. Analyse jetzt nicht 1000 sondern 10 000 Stichproben rechnen. Die Rechenzeit wird dadurch um den Faktor 10 verlängert (auf unserem alten Computer auf 290 sec). Dadurch wird es möglich, das Konfidenzintervall präziser zu bestimmen. In der oben abgebildeten Sub-Box werden die angegebenen laufenden Nummern 13,15,16,17 eingetragen.

Als Ergebnis aus den 10 000 Bootstrap-Stichproben gibt Almo eine sehr breite Tabelle aus, die hier - um sie abbilden zu können - in zwei Teile zerschnitten werden muss. Im 1. Teil werden die aus dem Bootstrapping hervorgegangenen Effekte und Regressionskoeffizienten ausgegeben und im 2. Teil die Korrelationen.

Wir zeigen einen reduzierten Ausschnitt aus der Almo-Ergebnisliste

Einstellungen

```
-----
Startzahl fuer Zufallsgenerator: 578125
Berechnung von Konfidenzintervall u. Signifikanz p bei univariater Analyse:
  (1) bei Effekte, Regr.koeffiz. und Konstante: einfaches Perzentil-Verfahren
  (2) bei paarweisen Mittelwertsvergleichen: einfaches Perzentil-Verfahren
  (3) bei Eta-Korrelation und multiplem R: einfaches Perzentil-Verfahren
Konfidenzniveau: 95%
```

```
Bootstrap-Ergebnisse fuer univariate Analyse aus 10 000 Stichproben fuer
abhaengige Variable: V1 Leistung
=====
```

Regressionskoeffizienten, Effekte Standadfehler, Sinifikanz, Konfidenzintervall							
	*a			*b Standard fehler	*c Signifik. p	*e Konfidenzintervall Konf.niv=0.950	
	Regress.koeffizient / Effekt	Verzerr.				unten	oben
	original	Bootstrap					
Haupteffekte							
Interakt.effekte							

A1 männl	0.3691	0.3711	0.0020	0.1800	0.0418	0.0131	0.7208
A2 weibl	-0.3691	-0.3711	-0.0020	0.1800	0.0418	-0.7208	-0.0131
B1 Land	-0.0591	-0.0674	-0.0084	0.2076	0.7584	-0.4776	0.3277
B2 Stadtrand	0.2369	0.2395	0.0026	0.1166	0.0412	0.0113	0.4680
B3 Stadt	-0.1779	-0.1721	0.0057	0.2213	0.4332	-0.6122	0.2623
C1 Unterschic	-0.1413	-0.1236	0.0177	0.1998	0.5208	-0.5054	0.2770
C2 Mittelschi	0.3095	0.3166	0.0070	0.1350	0.0198	0.0517	0.5786
C3 Oberschich	-0.1682	-0.1929	-0.0247	0.2495	0.4362	-0.6904	0.2875
A1 B1	-0.0523	-0.0614	-0.0091	0.1614	0.7042	-0.3771	0.2591
A1 B2	0.0158	0.0211	0.0054	0.1289	0.8642	-0.2323	0.2704
A1 B3	0.0366	0.0403	0.0037	0.1852	0.8138	-0.3345	0.3952
A2 B1	0.0523	0.0614	0.0091	0.1614	0.7042	-0.2591	0.3771
A2 B2	-0.0158	-0.0211	-0.0054	0.1289	0.8642	-0.2704	0.2323
A2 B3	-0.0366	-0.0403	-0.0037	0.1852	0.8138	-0.3952	0.3345

A1 C1	0.0229	0.0273	0.0044	0.1493	0.8542	-0.2624	0.3253
A1 C2	-0.0794	-0.0711	0.0083	0.1435	0.6049	-0.3477	0.2205
.
.
B2 C1	-0.4309	-0.4395	-0.0085	0.1903	0.0216	-0.8142	-0.0633
B2 C2	-	-	-	-	-	-	-
B2 C3	0.4309	0.4395	0.0085	0.1903	0.0216	0.0633	0.8142
B3 C1	0.4257	0.4195	-0.0063	0.2667	0.1194	-0.0998	0.9473
A1 B1 C1	0.4211	0.4328	0.0117	0.2704	0.1014	-0.0820	0.9632
A1 B1 C2	-	-	-	-	-	-	-
A1 B1 C3	-0.4211	-0.4328	-0.0117	0.2704	0.1014	-0.9632	0.0820
A1 B2 C1	-	-	-	-	-	-	-
A1 B2 C2	-	-	-	-	-	-	-
A1 B2 C3	-	-	-	-	-	-	-
A1 B3 C1	-0.4211	-0.4328	-0.0117	0.2704	0.1014	-0.9632	0.0820
.
.
A2 B3 C3	-0.4211	-0.4328	-0.0117	0.2704	0.1014	-0.9632	0.0820

nominale Variable
und Interaktionen
Dummies zusammengefasst *g

V9 Geschlecht	-	-	-	-	-	-	-
V4 Wohnlage	-	-	-	-	-	-	-
V5 Herkunft	-	-	-	-	-	-	-
V9*V4	-	-	-	-	-	-	-
V9*V5	-	-	-	-	-	-	-
V4*V5	-	-	-	-	-	-	-
V9*V4*V5	-	-	-	-	-	-	-

Kovariante
und Konstante

Alter	0.5235	0.5249	0.0014	0.0384	0.0001	0.4509	0.6016
Bildungsniveau	0.2799	0.2808	0.0009	0.0389	0.0001	0.2051	0.3587
Berufsqualifika	0.3158	0.3178	0.0020	0.0414	0.0001	0.2371	0.3987
Konstante	-19.8513	-19.9349	-0.0836	1.2313	0.0002	-22.4189	-17.5516

multiple Korr. R - - - - -

- *a "original" bezeichnet den Wert aus der Originalstichprobe
"Bootstrap" ist der Mittelwert aus den 10000 Bootstrapstichproben
mit "Verzerr." (Verzerrung) wird die Differenz zwischen dem Mittelwert aus den
Bootstrap-Stichproben minus dem Wert aus der Originalstichprobe bezeichnet
- *b Der Standardfehler ist gleich der Standardabweichung der Werte aus den Bootstrap-
Stichproben
- *c Berechnet wird die zweiseitige Signifikanz p
Beim symmetrischen und asymmetrischen Perzentil-t -Verfahren entsteht der gleiche
p-Wert Beim einfachen Perzentil-Verfahren entsteht ein geringfügig anderer p-Wert
- *d Optimales Konfidenzniveau. Entsteht nur bei einfachem Perzentil-Verfahren
Es erzeugt ein Konfidenzintervall, in dem der Wert 0 gerade nicht mehr
enthalten ist. Er befindet sich in den aufsteigend sortierten
Bootstrap-Werten gerade unterhalb der Intervall-Untergrenze bzw. gerade oberhalb
der Intervall-Obergrenze
- *e Konfidenzintervall (nach vom Benutzer vorgegebenen Konfidenz-Niveau)
Das Konfidenzniveau ist 95.00%. Beim "einfachen" Perzentil-Verfahren bedeutet das:
Von den aufsteigend sortierten 10000 Werten aus den Bootstrap-Stichproben befinden
sich 95.00% der Werte zwischen den Konfidenzgrenzen und je 2.50% oberhalb und unter-
halb der Konfidenzgrenzen
- *f Dummies und Kovariate koennen wegen linearer Abhaengigkeit in x Stichproben eliminiert
worden sein. Die Bootstrap-Ergebnisse dieser Variablen beruhen so auf 10000 Stichproben
minus der in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahl x
- *g Dies ist die multiple Korrelation der nicht-redundanten Dummies der nominalen
Variablen bzw. der Interaktionsvariablen hinsichtlich der abhängigen Variablen
Befindet sich die Variable nicht alleine als unabhängige im Modell, dann ist die
multiple Korrelation eine "partielle" multiple Korrelation
- *i Die zweiseitige Signifikanz p der partiellen Eta-Korrelation
ist gleich der des Regressionskoeffizienten bzw. Effekts
- *k) Die Variable wurde in allen Bootstrapstichproben wegen linearer Abhängigkeit eliminiert
oder vom Benutzer aus der Analyse herausgenommen (durch Eintrag der laufenden Nummer

dieser Variablen im Eingabefeld "diese Variable aus allen Stichproben ausschliessen")
 *x) Der p-Wert der Konstanten wird durch das "einfache" Perzentil-Verfahren ermittelt. Das Perzentil-t-Verfahren kann nicht eingesetzt werden
 Ist es dem Benutzer aber wichtig, dieses doch einzusetzen, dann muss er in der Optionsbox "Streuungsmatrix" umschalten auf "Kreuzprodukt" bzw. auf "d_Kreuzprodukt". Er erhält dann allerdings eine lückenhafte Ergebnisliste

Die Spalten der Tabelle 1.

1. die *Effekte* der Dummies bzw. die *Regressionskoeffizienten* der Kovariaten. Sie entstanden als Mittelwerte aus den entsprechenden Koeffizienten aus den 10 000 einzelnen Bootstrap-Stichproben. Sie stehen in der Spalte **Bootstrap**. In der 1.Spalte wird zum Vergleich der Koeffizient aus der Originalstichprobe angegeben. Die Differenz "**Bootstrap minus Original**" zwischen den beiden beträgt z.B. für die Hauptdummy A1 männlich = 0.000791. Dies ist die *Verzerrung*. Als bester Schätzer, somit als Endergebnis für den Forschungsbericht wird der Wert aus der Originalstichprobe verwendet.

Zum Begriff der *Effekte* und zum Vergleich mit den entsprechenden Parametern bei SPSS siehe Abschnitt P20.7.5 im Almo-Dokument Nr.13 zum ALM. Im Anhang "Kovarianzanalyse mit SPSS und Almo" zu diesem Dokument wird gezeigt, dass die Effekte in Almo identisch sind mit den Abweichungskontrasten in SPSS. In Almo wird auch für die *letzte*, eigentlich redundante Dummy ein Effekt berechnet. Die Effekte in Almo werden auf Summe 0 normiert. So ergibt sich der Effekt der letzten Dummy durch Subtraktion der Summe der *vorderen* Effekte von 0. In Abschnitt P20.7.5 des Dokuments Nr. 13 haben wir gezeigt, dass sich im einfachen Fall der Varianzanalyse mit gleichen Zellenhäufigkeiten der Effekt ergibt als *Abweichungskontrast* des Ausprägungsmittelwerts der Dummy-Variablen vom Gesamtmittelwert. Bei der Kovarianzanalyse ist dieser Sachverhalt nicht ganz so übersichtlich. Die Effekte in Almo bzw. die Abweichungskontraste bei SPSS werden noch an die Kovariaten angepasst.

2. der *Standardfehler* des Effekts bzw. des Regressionskoeffizienten ist gleich der Standardabweichung seiner Werte aus den 10 000 Bootstrapstichproben. Für die dummy-Variable A1 (Geschlecht: männlich) ist der Standardfehler mit 0.1800 halb so groß wie der Effekt mit 0.3711, so dass für diesen Effekt angenommen werden kann, dass er die abhängige Variable "Leistung" signifikant beeinflusst. Der Standardfehler eines Parameters drückt aus wie *stabil* er ist, wie stark er um den Bootstrap-Mittelwert variiert und damit auch um den Wert in der empirisch gewonnen Originalstichprobe - wobei dieser durch die *Verzerrung* gegenüber dem Bootstrap-Mittelwert verschoben sein kann. Hohe Werte eines Effekts bzw. Regressionskoeffizienten gehen in der Regel mit kleinen Standardfehlern einher. Der aus den Bootstrapstichproben gewonnene „verteilungsfreie“ Standardfehler ist häufig größer als der „parametrische“ Standardfehler, der aus den Daten der Original-Stichprobe berechnet wurde.

3. Konfidenzintervall, "optimales Konfidenzniveau", Signifikanz p

Um die Signifikanz p eines Koeffizienten bestimmen zu können, müssen wir eine bestimmte Verteilungsfunktion unterstellen. In der Regel ist dies die Normalverteilung oder die t-Verteilung. Eine solche Unterstellung ist jedoch "wider den Geist des Bootstrappings", dessen Vorteil gerade die "Verteilungsfreiheit" ist. In Almo wird deswegen die Signifikanz nach dem "Perzentil"-Verfahren ermittelt, mit dessen Hilfe auch das Konfidenzintervall berechnet wird. Almo bietet als Alternative noch das "Perzentil-t"-Verfahren in einer symmetrischen und asymmetrischen Variante an. Die Bezeichnung „Perzentil_t“ legt den Verdacht nahe, dass hier die t-Verteilung unterstellt werden muss. Das ist nicht der Fall, wie aus der Konstruktion dieses Verfahrens noch sichtbar werden wird. Wir werden die beiden Verfahren anschließend

darstellen. Die obere und untere Grenze des Konfidenzintervalls beziehen sich auf den Bootstrap-Mittelwert des jeweiligen Koeffizienten, der jedoch (in der Regel minimal) gegenüber dem Wert aus der Originalstichprobe verzerrt sein kann, so dass es naheliegend wäre die Grenzen um diesen Verzerrungsbetrag zu korrigieren. Im Almo-Programm geschieht dies nicht. Das PCa-Verfahren für das Konfidenzintervall nimmt eine solche Korrektur vor.

Die Zeilen der Tabelle 1.

Zuerst werden *Haupteffekte* ausgegeben, dann die *Interaktionseffekte*. Betrachten wir die Dummies der nominalen Variablen "Herkunft". Die dritte Dummy C3 ist redundant. Sie wird im Regressionskalkül nicht verwendet. Ihren Effekt von -0.1929 erhält sie residual aus

$$0 - (C1 + C2) = 0 - (-0.1236 + 0.3166) = -0.1929$$

Anders formuliert: Die Effekte einer nominalen Variablen sind auf Summe .0 normiert. Das gilt allerdings nur, wenn das ALM mit dem Verfahren der "weighted squares of means" (SS-Typ III) gerechnet wurde. Dies ist das Standardverfahren. Siehe Abschnitt P20.7.3.1.

Betrachtet man die Interaktionseffekte, so wird ersichtlich, dass besonders diejenigen hoher Ordnung, häufig - vielleicht sogar in aller Regel - Artefakte sind, d.h. inhaltlich nicht interpretierbar sind. So hat etwa der Interaktionseffekt 3. Ordnung **A1B1C1** einen Wert von 0.4328 , also einen höheren Wert als irgend einer der Haupteffekte. Es wäre deswegen ohnehin sinnvoll gewesen, die Interaktionen 3. Ordnung nicht in das Modell aufzunehmen.

Danach folgen die *nominalen Variablen und ihre Interaktionen*. Sie bestehen aus den zusammengefassten Dummies. Für sie werden erst in Tabelle 2 Ergebnisse angezeigt.

Schließlich werden die *Kovariaten* und die *Konstante* ausgegeben. Für beispielsweise die Variable des Alters wird ein Mittelwert aus den 10 000 Stichproben von 0.524910 ausgegeben, der gegenüber dem Wert aus der originalen Stichprobe nur um 0.001381 verzerrt ist. Der Standardfehler ist mit 0.03837 sehr gering. Das 95%-ige Konfidenzintervall reicht von 0.450941 bis 0.601617 .

P20.25.5 Das einfache Perzentil-Verfahren

Das einfache Perzentil-Verfahren liefert durch einen sehr einfachen und überschaubaren Kalkül die Signifikanz p (den p -Wert) und das Konfidenzintervall für die Effekte bzw. Regressionskoeffizienten und die Eta-Korrelationen der unabhängigen Variablen.

P20.25.5.1 Signifikanz p und Konfidenzintervall

Ob ein Koeffizient zweiseitig signifikant ist wird zunächst daran erkannt, ob das für ihn festgestellte Konfidenzintervall bei dem vom Forscher geforderten Signifikanzniveau (von üblicherweise 95%) den Wert 0 einschließt. Ist das nicht der Fall, dann ist der Koeffizient signifikant. Soll die Signifikanz als genauer p -Wert ermittelt werden, dann geht es darum, dasjenige Konfidenzniveau zu finden, das ein Konfidenzintervall erzeugt, das gerade noch den Wert 0 unter- oder oberhalb seiner Grenzen positioniert. 1.0 minus diesem Konfidenzniveau/100 ist dann die Signifikanz p .

Wir rechnen die von Almo geforderte 2. Analyse. Dazu muss die Sub-Optionsbox "*Behandlung von Multikollinearität in Bootstrap*" geöffnet werden. Die in der 1. Analyse

identifizierten Variablen 13,15,16,17 (die Multikollinearität verursacht haben) werden eingetragen

X Loesche wieder diese Sub-Box (Voreinstellungen wieder gueltig)

Behandlung von Multikollinearität in Bootstrap

Wenn eine Variable durch Multikollinearität betroffen ist dann sind folgende Behandlungen möglich:

0 = Bootstrapstichprobe für betroffene Variable ausschliessen, für die nicht-betroffenen verwenden

1 = Bootstrapstichprobe insgesamt nicht verwenden wenn auch nur eine Variable betroffen ist

2 = Bootstrapstichprobe durch neue ersetzen wenn auch nur eine Variable betroffen ist

diese Variable aus allen Stichproben ausschliessen

13,15,16,17

0 Nummern der Stichproben mit Multikollinearität mitteilen
1 = in der Ergebnisliste mitteilen
0 = nicht

Wir rechnen mit 10 000 Stichproben, um das Konfidenzintervall und die Signifikanz p mit dem "einfachen Perzentil-Verfahren" möglichst genau bestimmen zu können. Wir betrachten die 1. Haupt-Dummy **A1 männlich**. und fordern für sie die "aufsteigend sortierten Effekte" an. Dazu muss in der Bootstrap-Optionsbox die Sub-Box "Spezielle Ergebnisse ausgeben" geöffnet werden.


X Loesche wieder diese Sub-Box (Voreinstellungen wieder gueltig)

Spezielle Ergebnisse ausgeben

0 volles Ergebnis für die ersten x Stichproben ausgeben (für die Originaldaten werden sie immer ausgegeben)

0 aufsteigend sortierte Bootstrap-Werte ausgeben für
Regress.koeffizient der x-ten Kovariaten
Effekt der x-ten Dummy-Variablen

In der Ergebnisliste bringt Almo diese Mitteilung:

 Zeige Ausgabe: Aufsteigend sortierte Effekte für 1.Dummy-Variable für abhängige Variable 1

Nach Klick auf den Öffne-Knopf liefert Almo diese aufsteigend sortierte Aufeinanderfolge der Effekte dieser Variablen aus den 10 000 Stichproben.

Bootstrap Stichproben aufsteigend sortiert	1 2	-0.367582 -0.267036	Effekte von Variable A1 aus 10 000 Bootstrap-Stichproben
---	--------	------------------------	---

	3	-0.259893	
	.	.	
	.	.	
	208	-0.000266097	
	209	-0.000042759	
	-----	-----	<--- Wert 0.0
	210	0.000173536	<--- untere "optimale" Konfidenzgrenze
	211	0.000316841	bei "optimalen" Konf.niveau 0.9582
	.	.	und zweiseitigem p-Wert 0.0418
	.	.	
	249	0.012127	
	250	0.0126888	
	-----	-----	
untere Konf.grenze --->	251	0.013056	
bei Konf.niv. 0.95	.	.	
	.	.	
	4992	0.371055	
Mittelwert von A1 --->	4993	0.371063	
aus 10 000 Stichpr.	4994	0.371097	
	.	.	
	.	.	
obere Konf.grenze	9749	0.720293	
bei Konf.niv. 0.95 --->	9750	0.720791	
	-----	-----	
	9751	0.720834	
	.	.	
	.	.	
	9791	0.73489	<--- obere "optimale" Konfidenzgrenze
	-----	-----	bei "optimalen" Konf.niveau 0.9582
	9792	0.73550	
	.	.	
	.	.	
	9999	1.00896	
	10000	1.06902	

Betrachten wir zunächst die linke Hälfte dieser Tabelle. Sie zeigt wie die untere Grenze des Konfidenzintervalls gefunden wird. Es wurden 10 000 Stichproben gerechnet. Dadurch entstehen für jede Variable 10 000 Effekte, die aufsteigend sortiert wurden. In obiger Tabelle werden diese Werte für die Dummy A1 Geschlecht männlich stark gekürzt abgebildet. Das arithmetische Mittel aus dem Bootstrapping für A1 ist 0.371074. Es liegt zwischen dem 4993. und dem 4994. Wert in der Sortierfolge. Im Vergleich dazu ist der originale Wert 0.369082. Die Verzerrung ist dann $0.371074 - 0.369082 = 0.001992$

Als Konfidenzniveau wurde 0.95 vorgegeben. Das bedeutet, dass 95% der Werte zwischen den Intervallgrenzen liegen müssen und je 2.5% unter- und oberhalb der Intervallgrenzen. Die untere Grenze des Konfidenzintervalls wird - wie ein Blick auf die obige Tabelle zeigt - gefunden, indem die aufsteigend sortierten 10 000 Werte bis zum Wert Nr. 250+1 abgezählt werden. Dort steht der Wert **0.013056**. Entsprechend wird vom oberen Ende bis zum Wert Nr. 9750 herunter gezählt. Dort findet man den Wert **0.720791**. Das ist der obere Grenzwert. Zwischen den Intervallgrenzen liegen somit 9500 Werte und außerhalb zusammen 500 Werte. Für das Konfidenzintervall wurden so die Grenzen **0.013056** bis **0.720791** gefunden. Wird das Konfidenzniveau auf z.B. 0.99 gesteigert, dann wird das Intervall breiter. Es würde dann vom 50. Wert bis zum 9950. Wert reichen

Der Wert 0.0 liegt unterhalb des Intervalls. Wir können also konstatieren, dass der Effekt der Variablen A1 mindestens mit $p=1-0.95=0.05$ signifikant ist. Die Signifikanz könnte sogar noch besser sein, wenn es gelänge das Konfidenzniveau zu finden, das die untere Intervallgrenze gerade einen Wert über den Wert 0 legt. Das wäre dann das *optimale* Konfidenzniveau und (von 1.0 subtrahiert) die *Signifikanz p* für die Variable A1. In obiger Tabelle erkennt man, dass vom 209. Wert zum 210. der Null-Wert überschritten wird. Der 210. Wert mit **0.000173536** ist dann der optimale untere Grenzwert. 209 Werte liegen

unterhalb des Grenzwertes (und auch entsprechend 209 Werte oberhalb des oberen Grenzwertes).

Die zweiseitige Signifikanz p von A_1 ist dann $2 \cdot 209 / 10000 = 0.0418$

und das optimale Konfidenzniveau für A_1 $1 - 2 \cdot 209 / 10000 = 0.9582$

Die Standardabweichung der 10000 Werte um ihren Mittelwert von **0.371063** ergibt dann den *Standardfehler* von 0.1800 für die Variable A_1 .

Das *optimale Konfidenzniveau* kann so interpretiert werden:

"Gerade noch" mit der Wahrscheinlichkeit (der Sicherheit) von k Prozent, die für das optimale Konfidenzintervall gefunden wurde, ist der Bootstrap-Koeffizient β_1 von 0 verschieden. Die Gegenwahrscheinlichkeit, die Irrtumswahrscheinlichkeit, der p -Wert ist dann $p = 1 - k / 100$.

Der aus dem Perzentil-Verfahren gewonnene p -Wert ist dann so zu interpretieren:

Er drückt die Wahrscheinlichkeit aus, mit welcher der Koeffizient β gleich 0 sein könnte.

Möglich wäre es auch als "Testwert" anstelle von 0 einen anderen Wert zu verwenden. Almo setzte beispielsweise beim Bootstrap der Faktorenanalyse den Wert 1.0 ein, um die signifikante Faktorenzahl zu bestimmen. Siehe Almo-Dokument 15a "Bootstrap bei Faktorenanalyse", Abschnitt P30.6.2.1. Dieser Testwert wird in den aufsteigend sortierten Koeffizienten gesucht. Der Koeffizient über bzw. unter ihm ist dann der obere bzw. untere Grenzwert des "optimalen Konfidenzintervalls".

Wie soll verfahren werden, wenn die aufsteigend sortierten Werte keinen Wert 0 aufweisen bzw. keinen Übergang von negativen Werten zu positiven (oder umgekehrt) enthalten. Das ist dann der Fall, wenn die jeweilige unabhängige Variable die abhängige Variable stark beeinflusst, d.h. wenn der Effekt bzw. Regressionskoeffizient einen großen positiven oder (bei gegenläufigem Einfluß) großen negativen Wert besitzt. Auch wenn sehr viele Bootstrapstichproben gerechnet werden, tritt keine auf, die für die Variable den Wert 0 oder sogar einen Wert jenseits von 0 aufweist. Das bedeutet, dass die Variable *hoch signifikant* wirkt. In dieser Situation muss der ungünstigste Fall unterstellt werden, dass gerade unterhalb bzw. oberhalb der aufsteigend sortierten Werte der Wert 0 folgen würde - hätte man eine weitere Stichprobe gerechnet. Almo berechnet somit das "optimale" Konfidenzniveau für ein Konfidenzintervall, dessen unterer Grenzwert der erste bzw. niedrigste Wert in der Sortierfolge ist und dessen oberer Grenzwert der letzte bzw. höchste Wert ist. Die zweiseitige Signifikanz ist dann sehr einfach $p = 1 / (\text{Stichprobenzahl} + 1)$. Die Signifikanz der Variablen kann dann nur gleich diesem p -Wert oder besser (d.h. kleiner) sein. Sie ist nur durch die Stichprobenzahl bestimmt.

P20.25.6 Das Perzentil-t -Verfahren

Wir verwenden folgende Notation:

- b** = Regressionskoeffizient einer Kovariaten (oder Effekt einer Dummy) aus der originalen Stichprobe
- S** = Standardfehler von **b**
- b*** = Regressionskoeffizient einer Kovariaten (oder Effekt einer Dummy) aus den Bootstrap-Stichproben
- S*** = Standardfehler von **b***
- K** = Konfidenzniveau/100 (wenn z.B. Benutzereingabe = 95, dann ist $K = 95 / 100 = 0.95$)
- a** = $\alpha = 1 - K$
- n** = Zahl der Bootstrap-Stichproben
- t** = t-Wert der Kovariaten bzw. Dummy aus originaler Stichprobe
- t*** = Perzentil-t -Wert der Kovariaten bzw. Dummy aus den Bootstrap-Stichproben

Für jede der 10 000 Bootstrap-Stichproben muss der b^* -Wert und sein ihm zugehöriger Standardfehler S^* erhoben werden. Aus den beiden und dem b -Wert aus der originalen Stichprobe wird ein t -Wert gebildet, den wir mit t^* symbolisieren

$$t^* = (b^* - b) / S^*$$

Nach Ablauf des Bootstraps verfügen wir also über 10 000 t^* -Werte. Diese Koeffizienten werden, wie in P20.25.6 beim einfachen Perzentil-Verfahren beschrieben, aufsteigend sortiert und auf die Konfidenzgrenzen ausgezählt. Für die 10 000 t^* -Werte wird somit, wie für die 10 000 b^* -Werte beim einfachen Perzentil-Verfahren, keine t -Verteilung unterstellt.

Beachte: $(b^* - b)$ ist die "Verzerrung". Zu beachten ist auch, dass der t^* -Wert negativ werden kann.

P20.25.6.1 Konfidenzintervall berechnet mit Perzentil-t-Verfahren

In unserem Beispiel soll das Konfidenzniveau $\kappa = 95/100 = 0.95$ sein. Dann ist $\alpha = 0.05$. Die 10 000 t^* -Werte werden aufsteigend sortiert.

Hier ist die gekürzte Reihenfolge für die t^* -Werte der Dummy-Variablen **A1 (Geschlecht: männlich)** aus unserem Beispiel

Bootsrap Stichproben aufsteigend sortiert	t^* -Werte für Variable A1 aus 10 000 Bootstrap-Stichproben
1	-3.9209
.	.
.	.
250	-2.09882

251	-2.09461 <--- ut*
252	-2.09191
Konfidenzintervall der t^* -Werte	.
.	.
9749	2.20537
9750	2.20650 <--- ot*

9751	2.20846
.	.
.	.
10000	4.11787

Vom niedrigsten t^* -Wert an der Position 1 werden nach oben $n \cdot \alpha / 2 + 1$ Werte abgezählt. Das sind $10000 \cdot 0.05 / 2 + 1 = 250 + 1$ Werte. An der Position 251 steht also der t^* -Wert für das untere Konfidenzintervall. Er hat den Wert -2.09461 . Wir bezeichnen ihn mit ut^* .

Vom höchsten t^* -Wert an der Position 10000 werden nach unten $n \cdot \alpha / 2 = 250$ Werte abgezählt. Es wird also der 9750 . t^* -Wert herausgegriffen. Wir bezeichnen ihn mit ot^* . ut^* ist kleiner als ot^* . Außerhalb des Intervalls befinden sich dann $5\% = 500$ Werte und innerhalb $95\% = 9500$ Werte. Aus ut^* und ot^* werden dann die Konfidenzgrenzen für A1 nach folgenden sehr einfachen Formeln berechnet.

Die untere Konfidenzgrenze ist $b - S \cdot ot^*$
 $= 0.369082 - 0.155913 \cdot 2.20650 = 0.025060$

und die obere $b - S \cdot ut^*$
 $= 0.369082 - 0.155913 \cdot (-2.09461) = 0.695659$

b = das ist der Effekt von A1 aus der originalen Stichprobe
 S = das ist dessen Standardfehler

Das Intervall ist nicht symmetrisch um \mathbf{b} herum.

Im Vergleich dazu wurde mit dem einfachen Perzentil-Verfahren das Intervall $0.013056 - 0.720791$ gefunden.

P20.25.6.2 Signifikanz p berechnet mit Perzentil-t-Verfahren

Die Perzentil-t -Werte $\mathbf{t^*}$ aus den Bootstrapstichproben für die unabhängige Variablen (in unserem Beispiel: die Dummy A1) werden quadriert. Wir bezeichnen sie mit $(\mathbf{t^*})^2$. Ebenso wird der eine t-Wert für die Dummy A1 aus der originalen Stichprobe quadriert. Wir bezeichnen ihn mit $\mathbf{t^2}$. Dann wird gezählt: Wie oft ist $(\mathbf{t^*})^2$ größer/gleich $\mathbf{t^2}$. Wir bezeichnen das Zählergebnis mit \mathbf{z} .

Die Signifikanz p ist dann $\mathbf{p = z/n}$

Für die Dummy A1 wird ein Wert von $\mathbf{p = 0.031}$ berechnet. mit dem einfachen Perzentil-Verfahren wurde $\mathbf{p=0.0418}$ ermittelt.

Ist $\mathbf{z=0}$ dann wird gerechnet (wie beim einfachen Perzentil-Verfahren) $\mathbf{p = 1/(n+1)}$
In diesem Fall muss interpretiert werden, dass der tatsächliche p -Wert mindestens $\mathbf{1/(n+1)}$ ist oder kleiner, d.h. signifikanter. \mathbf{p} ist dann nur durch die Stichprobenzahl bestimmt.

P20.25.6.3 Das symmetrische Perzentil-t-Verfahren

Der oben definierte $\mathbf{t^*}$ -Wert wird absolut gesetzt

$$\mathbf{t' = abs(t^*)}$$

Die $\mathbf{t'}$ -Werte werden aufsteigend sortiert. Der $\mathbf{n^*K = n*(1-a) = 1000*0.95 = 950}$. Wert wird herausgegriffen. Wir bezeichnen ihn mit $\mathbf{ot'}$. Für die Dummy A1 beträgt er $\mathbf{2.15277}$

Die untere Konfidenzgrenze ist dann $\mathbf{b - s * ot'}$
 $\mathbf{=0.369082 - 0.155913*2.15277=0.033439}$

und die obere $\mathbf{b + s * ot'}$
 $\mathbf{=0.369082 + 0.155913*2.15277=0.704725}$

Das Intervall liegt symmetrisch um \mathbf{b}

Literatur zu den hier beschriebenen Perzentil-Verfahren

C.J. Elias beschreibt in seiner Arbeit zu "Percentile and Percentile-t Bootstrap Confidence Intervals" (2013) die drei hier dargestellten Verfahren. Er führt ein Simulationsexperiment durch, bei dem er feststellt, dass die beiden Perzentil-t -Verfahren, das symmetrische und das asymmetrische, dem einfachen Perzentil-Verfahren überlegen sind. Dieses Ergebnis darf aber keinesfalls verallgemeinert werden. In der Literatur sind viele derartige Simulationen zu finden, die andere Ergebnisse erbracht haben, insbesondere auch Ergebnisse, die das einfache Perzentil-Verfahren favorisierten. Der Leser suche im Internet unter dem Suchwort "Percentil Bootstrap".

P20.25.7 Die Ergebnistabelle Teil 2: Korrelationskoeffizienten

In Almo wird die Bootstrap-Ergebnistabelle in einem Stück ausgegeben. Wir werden hier nun den hinteren Teil dieser Tabelle abbilden und kommentieren

Bootstrap-Ergebnisse fuer univariate Analyse aus 10 000 Stichproben fuer
 abhaengige Variable: V1 Leistung

	partielle Korrelation Eta Standadfehler, Sinifikanz, Konfidenzintervall						
	*a partielles Eta			*b Standard fehler	*j Signifik. p	*e Konfidenzintervall Konf.niv=0.950	
	original	Bootstrap	Verzerr.			unten	oben

Haupteffekte							
Interakt.effekte							

A1 männl	0.1129	0.1102	-0.0027	0.0538	0.0418	0.0035	0.2138
A2 weibl	-0.1129	-0.1102	0.0027	0.0538	0.0418	-0.2139	-0.0035
B1 Land	-0.0162	-0.0163	-0.0001	0.0532	0.7584	-0.1181	0.0870
B2 Stadtrand	0.0872	0.0868	-0.0004	0.0424	0.0412	0.0040	0.1691
B3 Stadt	-0.0442	-0.0413	0.0029	0.0522	0.4332	-0.1439	0.0587
C1 Unterschic	-0.0358	-0.0306	0.0052	0.0479	0.5208	-0.1239	0.0629
C2 Mittelschi	0.1065	0.1056	-0.0009	0.0447	0.0198	0.0168	0.1910
C3 Oberschich	-0.0408	-0.0428	-0.0021	0.0551	0.4362	-0.1477	0.0660
A1 B1	-0.0175	-0.0194	-0.0019	0.0517	0.7042	-0.1183	0.0840
A1 B2	0.0055	0.0069	0.0013	0.0437	0.8642	-0.0795	0.0915
A1 B3	0.0104	0.0114	0.0010	0.0508	0.8138	-0.0901	0.1081
A2 B1	0.0175	0.0194	0.0019	0.0517	0.7042	-0.0842	0.1182
A2 B2	-0.0055	-0.0069	-0.0013	0.0437	0.8642	-0.0915	0.0794
.
.
A1 B1 C1	0.0935	0.0896	-0.0039	0.0545	0.1014	-0.0175	0.1940
A1 B1 C2	-	-	-	-	-	-	-
A1 B1 C3	-0.0935	-0.0896	0.0039	0.0545	0.1014	-0.1941	0.0174
A1 B2 C1	-	-	-	-	-	-	-
A1 B2 C2	-	-	-	-	-	-	-
A1 B2 C3	-	-	-	-	-	-	-
A1 B3 C1	-0.0935	-0.0896	0.0039	0.0545	0.1014	-0.1941	0.0174
.
.
A2 B3 C3	-0.0935	-0.0896	0.0039	0.0545	0.1014	-0.1941	0.0174

nominale Variable und Interaktionen Dummies zusammengefasst *g							

V9 Geschlecht	0.1129	0.1110	-0.0019	0.0523	-	0.0127	0.2138
V4 Wohnlage	0.0872	0.1028	0.0155	0.0397	-	0.0283	0.1825
V5 Herkunft	0.1066	0.1187	0.0122	0.0414	-	0.0394	0.2015
V9*V4	0.0175	0.0630	0.0454	0.0328	-	0.0114	0.1354
V9*V5	0.0278	0.0647	0.0369	0.0345	-	0.0112	0.1422
V4*V5	0.1191	0.1390	0.0199	0.0449	-	0.0537	0.2277
V9*V4*V5	0.0935	0.0919	-0.0015	0.0504	-	0.0060	0.1938

Kovariante und Konstante							

Alter	0.6274	0.6286	0.0012	0.0332	0.0001	0.5612	0.6912
Bildungsniveau	0.3459	0.3463	0.0004	0.0429	0.0001	0.2608	0.4272
Berufsqualifika	0.3710	0.3724	0.0015	0.0405	0.0001	0.2889	0.4498
Konstante	-	-	-	-	-	-	-

multiple Korr. R	0.9425	0.9446	0.0021	0.0051	-	0.9340	0.9541

*a.....*g Siehe bei Ergebnisliste Teil 1

Im 2. Teil der Tabelle werden die Korrelationen der unabhängigen Variablen ausgegeben. Alle Korrelationen in dieser Tabelle sind nach dem PRE-Prinzip entstanden. Siehe Almo-Dokument 13, Abschnitt P20.6.3. Sie sind also auch partielle Koeffizienten. In der Varianz-Kovarianzanalyse werden diese Koeffizienten üblicherweise "Eta"-Korrelationen genannt.

In den Spalten der Tabelle werden ausgegeben: Die *partielle Eta-Korrelation* der Variablen aus der originalen Stichprobe und der *Mittelwert der Eta-Korrelationen* aus den 10 000 Bootstrap-Stichproben. Die Differenz zwischen den beiden (die *Verzerrung*) z.B. der Dummy A1 ist mit 0.0027 gering. Der *Standardfehler* der Eta-Korrelation ist gleich der Standardabweichung der Eta-Korrelationen aus den 10 000 Bootstrap-Stichproben. Die beiden Grenzwerte für das *Konfidenzintervall* werden immer durch das einfache Perzentil-Verfahren bestimmt. Der Benutzer hat keine Wahlmöglichkeiten. Die beiden Perzentil-t-Verfahren sind nicht verfügbar.

Die letzte Spalte der Tabelle konnte aus Platzgründen hier nicht ausgegeben werden. In ihr wird angezeigt, bei wie vielen Bootstrapstichproben die betreffende Variable eine lineare Abhängigkeit erzeugt hat und deswegen aus der Analyse eliminiert werden musste. Bei den Variablen mit den "laufenden Nummern" 13,15,16,17, die wir eliminiert haben (siehe P20.25.3) meldet Almo 10 000 Eliminierungen. D.h. die betreffenden Variablen wurden aus der Analyse vollständig ausgeschlossen. Für die Interaktionsdummy A1C2 und A2C2 meldet Almo, dass 1 Bootstrap-Stichproben ausgeschlossen werden musste. Das kann negiert werden.

Die Zeilen der Tabelle wurden schon oben beschrieben. Nach den Korrelationen der Haupt- und Interaktionsdummies werden die Korrelationen der nominalen Variablen und Interaktionen angezeigt. Diese ergeben sich aus der Zusammenfassung ihrer jeweiligen Dummies und sind somit *partielle multiple Korrelationen*. Betrachten wir z.B. die nominale Variable der "Herkunft". Hier ein Ausschnitt aus der Tabelle

nominale Variable
und Interaktionen
Dummies zusammengefasst

	partielles multiples Eta		Standard fehler	Signifik. p	Konfidenzintervall Konf. niv=0.950		
	original	Bootstrap			Verzerr.	unten	oben
V9 Geschlecht	0.1129	0.1110	-0.0019	0.0523	-	0.0127	0.2138
V4 Wohnlage	0.0872	0.1028	0.0155	0.0397	-	0.0283	0.1825
V5 Herkunft	0.1066	0.1187	0.0122	0.0414	-	0.0394	0.2015
V9*V4	0.0175	0.0630	0.0454	0.0328	-	0.0114	0.1354
V9*V5	0.0278	0.0647	0.0369	0.0345	-	0.0112	0.1422
V4*V5	0.1191	0.1390	0.0199	0.0449	-	0.0537	0.2277
V9*V4*V5	0.0935	0.0919	-0.0015	0.0504	-	0.0060	0.1938

Die nominale Variable *Herkunft* besteht aus den zwei nicht-redundanten Dummies C1 und C2. Die dritte Dummy C3 ist redundant. Sie wird im Kalkül nicht verwendet. Die durch C1 und C2 gemeinsam hinsichtlich der abhängigen Variablen erklärte Streuungen werden ermittelt. Sie werden in die PRE-Formel eingesetzt (siehe Almo-Dokument 13 "ALM Allgemeines Lineares Modell", P20.6.3). Es entsteht die *partielle multiple Korrelation* für die Variable *Herkunft*. Das geschieht in allen 10 000 Bootstrap-Stichproben und wird dann abschließend zum Wert 0.1187 gemittelt. Almo kann die Signifikanz p durch das Perzentil-Verfahren nicht ermitteln, weil partielle multiple Eta-Korrelationen nur positive Werte annehmen können. Ein Test auf Verschiedenheit von 0 ist nicht durchführbar. Das Perzentil-t-Verfahren kann nicht angewendet werden.

P20.25.8 Mittelwertsvergleiche

Nach den großen Tabellen der Effekte/Regressionskoeffizienten und der Korrelationen gibt Almo noch eine Tabelle der Mittelwertsdistanzen zwischen den Ausprägungen der nominalen Variablen und ihrer Signifikanzen aus - sofern der Benutzer diese in der Eingabemaske angefordert hat. Es geht beispielsweise um die wichtige Frage "unterscheiden sich A1 Männer und A2 Frauen signifikant in ihrer Leistung (in einem Test) ?" Oder: "Wie unterscheiden sich Menschen verschiedener sozialer Herkunft in ihrer Test-Leistung - und sind diese Unterschiede signifikant ?". Die Almo-Ausgabe ist folgende

```

=====
Ergebnisse aus Bootstrap mit 10 000 Stichproben fuer paarweise Mittelwertsvergleiche
hinsichtlich der abhaengigen Variablen:          V6 Leistung
=====
Fuer die Vergleichspaare werden folgende Bezeichnungen und Namen verwendet

A  V9  Geschlecht
    A1  männl
    A2  weibl

B  V4  Wohnlage
    B1  Land
    B2  Stadtrand
    B3  Stadt

C  V5  Herkunft
    C1  Unterschicht
    C2  Mittelschicht
    C3  Oberschicht

Bootstrap: Paarweise Mittelwertsvergleiche fuer Variable A  V9 Geschlecht

      *a          *b          *c          *e  Variable  *f
      Mittellwertsdistanz  Standard-  Signifikanz  Konfidenzintervall  eliminiert in
      original  Bootstrap  fehler      p      unten      oben      x Stichproben
-----
A1 - A2      0.738164  0.742149  0.359979  0.041800  0.026112  1.441581      -

Bootstrap: Paarweise Mittelwertsvergleiche fuer Variable B  V4 Wohnlage

      *a          *b          *c          *e  Variable  *f
      Mittellwertsdistanz  Standard-  Signifikanz  Konfidenzintervall  eliminiert in
      original  Bootstrap  fehler      p      unten      oben      x Stichproben
-----
B1 - B2     -0.295993  -0.306951  0.253791  0.222800  -0.817651  0.177970      -
B1 - B3      0.118789  0.104673  0.412897  0.791200  -0.710507  0.897521      -
B2 - B3      0.414782  0.411624  0.286376  0.147600  -0.143109  0.976911      -

Bootstrap: Paarweise Mittelwertsvergleiche fuer Variable C  V5 Herkunft

      *a          *b          *c          *e  Variable  *f
      Mittellwertsdistanz  Standard-  Signifikanz  Konfidenzintervall  eliminiert in
      original  Bootstrap  fehler      p      unten      oben      x Stichproben
-----
C1 - C2     -0.450848  -0.440205  0.232345  0.057200  -0.894306  0.015418      -
C1 - C3      0.026851  0.069288  0.431429  0.881400  -0.759196  0.935502      -
C2 - C3      0.477698  0.509494  0.347955  0.141400  -0.154591  1.189964      -

```

Nur Männer und Frauen unterscheiden sich mit $p=0.0418$ signifikant von einander. Im Konfidenzintervall von 0.026112 bis 1.441581 ist die 0 nicht eingeschlossen. Bei allen anderen Vergleichen ist dies jedoch der Fall und der p-Wert ist dann immer größer als 0.05.

P20.25.9 Randmittel

Almo bringt folgende Ausgabe, die wir hier verkürzt wiedergeben

=====
 Bootstrap-Ergebnisse fuer Randmittel aus 10000 Stichproben
 hinsichtlich der abhaengigen Variablen: V6 Leistung
 =====

	Randmittel Standadfehler, Konfidenzintervall						*e Konfidenzintervall Konf.niv=0.950 unten oben	Variable *f eliminiert in x Stichproben
	*a Randmittel			*b Standard fehler	*e			
	original	Bootstrap	Verzerr.		Konfidenzintervall			
		
Mittelwert *x)	7.4715	7.4747	0.0032	0.3156	6.8389	8.0806	-	
A1 männl	7.8406	7.8458	0.0052	0.4135	7.0379	8.6403	-	
A2 weibl	7.1024	7.1036	0.0012	0.3049	6.5004	7.6868	-	
B1 Land	7.4125	7.4073	-0.0052	0.3844	6.6560	8.1463	-	
B2 Stadtrand	7.7084	7.7142	0.0058	0.3129	7.0855	8.3191	-	
B3 Stadt	7.2937	7.3026	0.0089	0.3984	6.4719	8.0390	-	
C1 Unterschic	7.3302	7.3510	0.0209	0.3315	6.6965	7.9939	-	
C2 Mittelschi	7.7810	7.7912	0.0102	0.3024	7.1985	8.3714	-	
C3 Oberschich	7.3033	7.2818	-0.0216	0.4667	6.3387	8.1841	-	
A1 B1	7.7292	7.7169	-0.0123	0.5584	6.6270	8.7733	-	
A1 B2	8.0933	8.1064	0.0131	0.3763	7.3642	8.8442	-	
A1 B3	7.6993	7.7140	0.0146	0.5641	6.5611	8.7741	-	
A2 B1	7.0957	7.0976	0.0019	0.3316	6.4417	7.7252	-	
A2 B2	7.3236	7.3220	-0.0016	0.3198	6.6856	7.9376	-	
A2 B3	6.8880	6.8912	0.0032	0.4162	6.0682	7.6985	-	
A1 C1	7.7222	7.7494	0.0272	0.3727	7.0363	8.4961	-	
A1 C2	8.0707	8.0912	0.0205	0.3573	7.3804	8.7881	1	
A1 C3	7.7289	7.6966	-0.0323	0.7447	6.2157	9.1484	-	
A2 C1	6.9382	6.9527	0.0145	0.3893	6.1850	7.7012	-	
A2 C2	7.4913	7.4912	-0.0002	0.3261	6.8453	8.1161	1	
A2 C3	6.8778	6.8669	-0.0109	0.3659	6.1526	7.5747	-	
B1 C1	7.2763	7.3036	0.0273	0.3297	6.6487	7.9424	-	
B1 C2	8.0174	8.0256	0.0082	0.3338	7.3604	8.6734	-	
B1 C3	6.9436	6.8926	-0.0510	0.7236	5.4571	8.2323	-	
B2 C1	7.1362	7.1511	0.0149	0.3494	6.4666	7.8213	-	
B2 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
B2 C3	7.9712	7.9608	-0.0104	0.4140	7.1390	8.7729	-	
B3 C1	7.5781	7.5984	0.0203	0.5353	6.5439	8.6547	-	
B3 C2	7.3077	7.3173	0.0096	0.3782	6.5684	8.0350	-	
B3 C3	6.9952	6.9920	-0.0033	0.6690	5.6069	8.2349	-	
A1 B1 C1	8.0371	8.0734	0.0363	0.3740	7.3434	8.8134	-	
A1 B1 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A1 B1 C3	6.8957	6.8132	-0.0825	1.1927	4.4639	8.9610	-	
A1 B2 C1	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A1 B2 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A1 B2 C3	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A1 B3 C1	7.5856	7.6043	0.0187	0.5480	6.5822	8.7187	-	
A1 B3 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A1 B3 C3	7.8784	7.8799	0.0015	1.1185	5.5926	9.9938	-	
A2 B1 C1	6.5155	6.5338	0.0183	0.3355	5.8863	7.1841	-	
A2 B1 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A2 B1 C3	6.9915	6.9720	-0.0195	0.5165	5.9385	7.9744	-	
A2 B2 C1	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A2 B2 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A2 B2 C3	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A2 B3 C1	7.5706	7.5925	0.0220	0.8036	5.9801	9.1810	-	
A2 B3 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)	
A2 B3 C3	6.1120	6.1040	-0.0080	0.4430	5.2191	6.9568	-	

*x) Wenn nur Dummies aber keine Kovarianten vorhanden sind, dann ist dies die Konstante
 sonst ist es der vom Modell reproduzierte Gesamtmittelwert

*a "original" bezeichnet den Wert aus der Originalstichprobe
 "Bootstrap" ist der Mittelwert aus den 10000 Bootstrapstichproben
 mit "Verzerr." (Verzerrung) wird die Differenz zwischen dem Mittelwert aus den
 Bootstrap-Stichproben minus dem Wert aus der Originalstichprobe bezeichnet

*b Der Standardfehler ist gleich der Standardabweichung der Werte aus den Bootstrap-
 Stichproben

*e Konfidenzintervall (nach vom Benutzer vorgegebenen Konfidenz-Niveau)
 Das Konfidenzniveau ist 95.00%. Beim "einfachen" Perzentil-Verfahren bedeutet das:
 Von den aufsteigend sortierten 10000 Werten aus den Bootstrap-Stichproben befinden sich
 95.00% der Werte zwischen den Konfidenzgrenzen und je 2.50% oberhalb und unterhalb

der Konfidenzgrenzen

- *f Dummies und Kovariate koennen wegen linearer Abhaengigkeit in x Stichproben eliminiert worden sein. Die Bootstrap-Ergebnisse dieser Variablen beruhen so auf 10000 Stichproben minus der in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahl x
- *k) Die Variable wurde in allen Bootstrapstichproben wegen linearer Abhaengigkeit eliminiert oder vom Benutzer aus der Analyse herausgenommen (durch Eintrag der laufenden Nummer dieser Variablen im Eingabefeld "diese Variable aus allen Stichproben ausschliessen")

Der Begriff "Randmittel" wurde in Almo-Dokument 13 "ALM Allgemeines Lineares Modell", P20.6.6.1 und P20.9.1.0 ausfuehrlich erlaeutert. Wir erlaeuern hier nochmals kurz das Konzept des Randmittels.

Die Randmittel werden aus den Effekten gebildet. Wir verwenden folgende Notation

R(A1) = für A1 geschätztes Randmittel
a1 = Effekt von A1
K = Konstante
K* = "angepasste Konstante" oder "modellreproduzierter Gesamtmittelwert"
M' = Mittelwert der abhäng. Variablen aus allen Zellenmittelwerten
β1, β2, .. = Regressionskoeffizient der 1. Kovariaten, der 2. usw.
M1, M2, .. = Mittelwert der 1. Kovariaten, der 2. usw.

Das geschätzte Randmittel z.B. für die Ausprägung A1 (Geschlecht: männlich) ergibt sich gemäß folgender Gleichung

im Fall der Kovarianzanalyse (d.h. bei Anwesenheit von Kovariaten)

$$R(A1) = a1 + \text{Konstante} + \beta1 * M1 + \beta2 * M2 + \dots$$

Wir fassen zusammen

$$K* = \text{Konstante} + \beta1 * M1 + \beta2 * M2 + \dots$$

Im Fall der Varianzanalyse (=keine Kovariate vorhanden) ist

$$K* = \text{Konstante} = M'$$

Den Ausdruck "Konstante+β1*M1+β2*M2+...", den wir zu **K*** zusammengefasst haben, bezeichnen wir in der Ergebnisliste als "*modellreproduzierten Gesamtmittelwert*" der abhängigen Variablen y oder auch kurz als "angepasste Konstante".

Allgemein gilt also: Die "angepasste Konstante" ist gleich der Konstanten (wie sie Almo ausgibt) plus der Summe der mit ihren Regressionskoeffizienten gewichteten Mittelwerten aller Kovariaten. Bei der Varianzanalyse ist sie unmittelbar gleich der Konstanten und gleich dem Mittelwert aus allen Zellenmittelwerten

Was drückt nun das Randmittel **R(A1)** aus ?

Es ist der "*modellreproduzierte Mittelwert*" in der abhängigen Variablen y für die Probanden, die in der unabhängigen Variablen A (Geschlecht) die Ausprägung A1(männlich) einnehmen.

Für eine Interaktions-Dummy, z.B. A2B3C3 ist das Randmittel

$$R(A2B3C3) = \underset{\substack{| \\ \text{Effekt} \\ \text{von A2B3C3}}}{(a2b3c3)} + \underset{\substack{| \\ \text{Haupt-} \\ \text{effekte}}}{(a2+b3+c3)} + \underset{\substack{| \\ \text{2-er Interaktions-} \\ \text{effekte}}}{(a2b3+a2c3+b3c3)} + \underset{\substack{| \\ \text{"angepasste} \\ \text{Konstante"}}}{K*}$$

Sind 4 nominale Variable vorhanden und ist ein Randmittel für z.B. A1B2C3D3 zu bilden, dann ist die Formeln für das Randmittel nach dem Prinzip zu bilden, das bei obigem 3-er Randmittel offenkundig geworden ist. Die Element der Formel sind:

1. der Interaktionseffekt $a_1b_2c_3d_3$ der Interaktionsdummy **A1B2C3D3**
2. alle 2-er und 3-er Interaktionseffekte, die sich aus ihren Komponenten a_1, b_2, c_3, d_3 bilden lassen.
3. die "angepasste" Konstante

Almo berechnet keine Randmittel 5. und höherer Ordnung.

Das Randmittel $R(A_2B_3C_3)$ ist der "modellreproduzierte Mittelwert" in der abhängigen Variablen y für die Probanden, die in der unabhängigen nominalen Variablen A, B und C die Ausprägungen A2, B3 und C3 einnehmen. Sind keine weiteren unabhängigen nominalen Variablen vorhanden, dann sind Randmittel der 3. Ordnung identisch mit den Prognosewerten für die Probanden.

Multikollinearität bei Bootstrap der Randmittel

Betrachten wir die obige Gleichung für das Randmittel $R(A_2B_3C_3)$. Ist eine Komponente, z.B. a_2b_3 linear abhängig und musste eliminiert werden, dann kann das Randmittel nicht korrekt berechnet werden. Almo geht folgendermaßen vor:

1. Der *modellreproduzierte Gesamtmittelwert* K^* kann nicht fehlen. Die Analyse wäre dann schon gar nicht zu rechnen gewesen.
2. Ist der Effekt des betroffenen Randmittels, in unserem Beispiel $a_2b_3c_3$, nicht vorhanden, dann wird kein Randmittel berechnet. Die betreffende Zeile in oben abgebildeter Tabelle bleiben leer. Siehe z.B. Zeile **A1 B1 C3**.
3. Ist eine der Komponenten z.B. a_2b_3 nicht vorhanden, dann setzt Almo für diese Komponente den Wert 0 ein. Das errechnete Randmittel $R(A_2B_3C_3)$ ist dann falsch. Dem Benutzer wird das von Almo nicht mitgeteilt. Wenn in den Bootstrapstichproben bei einigen a_2b_3 fehlt, bei anderen aber nicht, dann sind deren Ergebnisse nicht vergleichbar.

Die Konsequenz ist: Randmittel sind nur korrekt ermittelbar, wenn alle Bootstrapstichproben "*multikollinearitäts-frei*" sind

P20.25.10 Bootstrap bei multivariater Analyse

Zuerst sollen die in Almo zentralen Koeffizienten der multivariaten Analyse kurz erläutert werden. Dies sind *Wilks Lambda* und *Korrelation*, *Pillais Spur* und *Pillais Korrelation*. Siehe dazu auch die ausführliche Darstellung in Almo-Dokument Nr. 13a "Allgemeines lineares Modell II", Abschnitt P20.9.4

Notation

Wir verwenden folgende Notation, die sich von der im Almo-Dokument geringfügig unterscheidet:

- m = Gesamtzahl der unabhängigen Variablen, Kovariate und/oder Dummies
- z = Zahl der Untermenge x von unabhängigen Variablen, deren Erklärungsfähigkeit ermittelt werden soll. Ist x eine einzelne Variable dann ist $z=1$
- w = Zahl der abhängigen Variablen
- Q = das ist die $w \times w$ Matrix der Streuungen der w abhängigen Variablen
In der Diagonale stehen die Streuungen, außerhalb der Diagonalen die Ko-Streuungen zwischen den w abhängigen Variablen
- V = das ist die $w \times w$ Matrix der Streuungen und Ko-Streuungen zwischen den w abhängigen Variablen, die durch die m unabhängigen Variablen erklärt

wird

W = das ist die $w \times w$ Matrix der Fehlerstreuungen, die in den w abhängigen Variablen verbleibt, nachdem die m unabhängigen Variablen eingeführt wurden und Erklärung leisten konnten

L = Wilks Lambda

P = Pillais Spur

Als "Streuung" wird im ALM die Abweichung-Quadratsumme, gelegentlich auch die Varianz/Kovarianz verwendet.

P20.25.10.1 Wilks Lambda und Korrelation

Es gilt:

$$(1) \quad \mathbf{Q} = \mathbf{V} + \mathbf{W}$$

Es werden die zwei Determinanten $\det(\mathbf{Q})$ und $\det(\mathbf{W})$ gebildet. Dies sind nun Skalare und nicht mehr Matrizen. Sie werden als "generalisierte Streuungen" bezeichnet.

$\det(\mathbf{Q})$ = das ist die generalisierte Gesamtstreuung der w abhängigen Variablen

$\det(\mathbf{W})$ = das ist die generalisierte Fehlerstreuung der w abhängigen Variablen nachdem m erklärende Variable eingeführt wurden

Das Wilk'sche Lambda L für das Gesamtmodell ist dann

$$(2) \quad L = \det(\mathbf{W}) / \det(\mathbf{Q})$$

Wir betrachten nun eine einzelne unabhängige Variable x . Es wird eine zweite Analyse gerechnet. Dabei wird aus den m unabhängigen Variablen die einzelne Variable x herausgenommen. x könnte auch eine Untermenge aus der Gesamtmenge der unabhängigen Variablen sein, z.B. Kovariate, die in einer allgemeinen Gesundheitsstudie den besonderen psychischen Gesundheitszustand eines Probanden beschreiben. Es könnten auch die Dummies einer unabhängigen nominal-polytomen Variablen sein.

Es entstehen die Matrizen $\mathbf{W}_{\sim x}$ und $\mathbf{V}_{\sim x}$. Mit dem angehängten Symbol $\sim x$ soll ausgedrückt werden, dass x aus der Menge der unabhängigen Variablen herausgenommen wurde.

$\mathbf{W}_{\sim x}$ = das ist die Matrix der Fehlerstreuungen, die in den w abhängigen Variablen verbleibt nachdem aus den m unabhängigen Variablen die einzelne Variable x (oder die Untermenge x) herausgenommen wurde. Die Fehlerstreuungswerte in $\mathbf{W}_{\sim x}$ sind in der Regel größer als die in \mathbf{W} ,

da weniger unabhängige Variable Erklärung leisten durften.

Es gilt:

$$(3) \quad \mathbf{V}_{\sim x} = \mathbf{W}_{\sim x} - \mathbf{W}$$

$\mathbf{V}_{\sim x}$ = ist die $w \times w$ Matrix der durch die einzelne Variable x in den w abhängigen Variablen erklärte Streuung. Sie entsteht aus der Differenz zweier Fehlerstreuungsmatrizen aus zwei aufeinander folgenden Analysen

Wilks Lambda $L(x)$ für eine einzelne unabhängige Variable x entsteht dann aus den Determinanten der beiden Fehlerstreuungsmatrizen. Die Determinanten werden auch als

"generalisierte Streuung" bezeichnet.

$$(4) \quad L(x) = \det(\mathbf{W}) / \det(\mathbf{W} \sim \mathbf{x})$$

Wilks Lambda drückt die Relation zweier generalisierter Streuungen aus. Es bewegt sich zwischen 0 und 1. Es ist 1, wenn x in den w abhängigen Variablen nichts erklärt. $\mathbf{W} \sim \mathbf{x}$ ist dann gleich \mathbf{W} . Lambda verhält sich also wie ein "umgedrehter" Korrelationskoeffizient.

Wilks Lambda L bzw. $L(x)$ erfüllt einen doppelten Zweck:

(1) Aus Wilks Lambda kann ein Korrelationskoeffizient abgeleitet werden, wodurch die Wirkungsstärke der unabhängigen Variablen eingeschätzt werden kann und (2) es kann ein F-Wert entwickelt werden, der es ermöglicht zu prüfen, ob die unabhängigen Variablen *signifikant* auf die abhängigen Variablen einwirken.

1. Es kann ein F-Wert entwickelt werden. Dadurch wird es möglich die Signifikanz von L bzw $L(x)$ zu prüfen.

$L, L(x)$	Wilks Lambda
F	F-Wert
m, z, w	siehe oben
$df1, df2$	Freiheitsgrade für F
N	Stichprobengröße

$$(4a) \quad F = (1.0 - L^{**}(1.0/s)) * df2 / (L^{**}(1.0/s) * df1)$$

Wird der F-Wert für eine einzelne unabhängige Variable x bzw. eine Untermenge x gebraucht, dann ist in Formel 4a L durch $L(x)$ zu ersetzen

** = bedeutet "potenzieren"

$$df1 = w * z$$

$$df2 = f * s - k$$

$$s = \sqrt{(w^2 * z^2 - 4) / (w^2 + z^2 - 5)} \quad \text{ist } w * z = 2 \text{ dann ist } s = 1$$

$$k = (w * z - 2) / 2$$

$$f = N - 1 - m - (w - z + 1) / 2$$

Soll der F-Wert für das Gesamtmodell ermittelt werden, dann ist $z = m$ zu setzen.

Aus Wilks Lambda kann, wie wir anschließend zeigen werden, ein Korrelationskoeffizient abgeleitet werden, der wie gewohnt vom Forscher interpretiert werden kann. Wilks Lambda als selbständiger Koeffizient liefert dem Forscher nur dann wertvolle Information, wenn es in einen F-Wert überführt wird und darüber informiert, wie signifikant die unabhängigen Variablen auf die abhängigen einwirken.

2. Es kann, wie bereits angedeutet, ein Korrelationskoeffizient entwickelt werden, der die Wirkungsstärke der unabhängigen Variablen x ausdrückt. Die Formel für die (quadrierte) Korrelation nach Wilks ist

$$(5) \quad r_w^2 = 1.0 - L^{**}(1/t)$$

$$(6) \quad r_w^2(x) = 1.0 - L(x)^{**}(1/t)$$

r_w^2 = multiple quadrierte Korrelation nach Wilks für die Gesamtmenge der unabhängigen Variablen

$rw^2(x)$ = quadrierte Korrelation von x mit den w abhängigen Variablen -
 t = ist die kleinere Zahl von w oder m, bzw. w oder z
 $**$ = dieses Symbol bedeutet "potenzieren".

$L^{**}(1/t)$ bedeutet also: Das Wilks'sche Lambda wird mit $1/t$ potenziert. Entsprechend
 $L(x)^{**}(1/t)$

Ist x eine einzelne Variable, dann ist $1/t = 1$ und Wilks quadrierte Korrelation
 $rw^2(x) = 1.0 - L(x)$

P20.25.10.2 Pillais Spur und Korrelation

Zu Wilks Lambda gibt es mehrere Alternativen. Bedeutsam ist "Pillais Spur" P und abgeleitet aus ihr "Pillais Korrelation". In Almo kann dann noch über eine Option die Hotelling-Lawley-Spur errechnet werden. Für Pillais Spur gilt:

- (7) $P = \text{Spur}(\mathbf{V} * \text{inv}(\mathbf{W}))$ für das Gesamtmodell
 (8) $P(x) = \text{Spur}(\mathbf{V}\tilde{\mathbf{x}} * \text{inv}(\mathbf{W}\tilde{\mathbf{x}}))$ für eine einzelne unabhängige Variable x oder eine Untermenge

P = Pillais Spur für die Gesamtmenge der unabhängigen Variablen
 $P(x)$ = Pillais Spur für eine einzelne Variable x oder eine Untermenge x von unabhängigen Variablen
 $\text{inv}(\mathbf{W})$ = das ist die Inverse der Matrix \mathbf{W} (bzw $\mathbf{W}\tilde{\mathbf{x}}$)
 Spur = das ist die Summe der Eigenwerte einer Matrix, hier der Matrix $\mathbf{V} * \text{inv}(\mathbf{W})$ bzw. $\mathbf{V}\tilde{\mathbf{x}} * \text{inv}(\mathbf{W}\tilde{\mathbf{x}})$

Auch Pillais Spur kann zu einem F-Wert transformiert werden und dadurch auf seine Signifikanz geprüft werden. Siehe dazu Almo-Dokument 13a "ALM Allgemeines Lineares Modell II", Abschnitt P20.9.4.

Pillais quadrierte Korrelation ist

- (9) $rp^2 = P/t$ für das Gesamtmodell
 (10) $rp^2(x) = P(x)/t$ für eine einzelne unabhängige Variable x oder eine Untermenge

rp^2 = multiple quadrierte Korrelation nach Pillai für die Gesamtmenge der unabhängigen Variablen
 $rp^2(x)$ = quadrierte Korrelation von x mit den w abhängigen Variablen -
 t = ist die kleinere Zahl von w oder m.

Ist x eine einzelne Variable aus einer Menge von mehreren unabhängigen Variablen, dann ist Pillais Spur gleich dem "umgedrehten" Wilks'schem Lambda und Pillais Korrelation gleich der Wilks'schen Korrelation. Sie sind dann "partielle" quadrierte Korrelationskoeffizienten.

- (11) $P(x) = 1.0 - L(x)$
 (12) $rp^2(x) = rw^2(x)$

Ist x eine Untermenge von unabhängigen Variablen, dann sind sie verschieden, wenn auch nur geringfügig.

- (13) $P(x) \neq 1.0 - L(x)$
 (14) $rp^2(x) \neq rw^2(x)$

Das Symbol \neq bedeutet "ungleich".

Diese Ungleichheit erklärt sich, wenn man eine "kanonische Korrelationsanalyse" rechnet.

Pillais Spur ist dann die Summe der Eigenwerte der kanonischen Faktoren. Wilks Lambda wird im Rahmen der kanonischen Korrelationsanalyse für jeden einzelnen kanonischen Faktor berechnet. Wilks Lambda, wie wir es aus der multivariaten Analyse im Rahmen des Allgemeinen Linearen Modells erhalten, ist identisch mit Wilks Lambda für den 1. kanonischen Faktor, wie wir es im Rahmen der kanonischen Korrelationsanalyse (Prog29m1) erhalten. Die anderen kanonischen Faktoren werden nicht berücksichtigt. Das ist der Grund, warum in Almo der auf Pillais Spur beruhende Korrelationskoeffizient vorgezogen wird. Pillais Korrelation berücksichtigt alle kanonischen Faktoren. Hieraus folgt auch, dass die Korrelationskoeffizienten berechnet aus Pillais Spur und Wilks Lambda gleich sind, wenn nur ein kanonischer Faktor existiert. Und das ist der Fall wenn nur eine unabhängige quantitative oder auch eine in mehrere Dummies aufgelöste nominale Variable vorhanden ist. D.h. bei der einen nominalen Variablen spielt es dabei keine Rolle wie viele Ausprägungen sie besitzt.

P20.25.11 Ergebnisse aus Bootstrap bei multivariater Analyse

Wir rechnen die multivariate Analyse mit 2 abhängigen Variablen, V6 Leistung und V12 Stressbelastung. Dazu verwenden wir auch die Programm-Maske Prog20my.Msk. Die ausgefüllte Programm-Maske kann unter dem Namen "Bootstrap_multvar_Alm.Alm" nach Klick auf den Knopf "alleProgs" (am Unterrand des Almo-Fensters) geladen werden. Die Rechenzeit auf unserem etwas betagten Rechner betrug 320 sec.

Die Eingabebox für die abhängige Variable wird so ausgefüllt

Analyse-Variable: Abhängige Variable Hilfe

Erlaubt sind:
 Eine oder mehrere quantitative oder ordinale Variable (auch gemischt) oder (exklusiv)
 Eine nominale Variable mit beliebig vielen Ausprägungen

quantitative abhängige Zielvariable

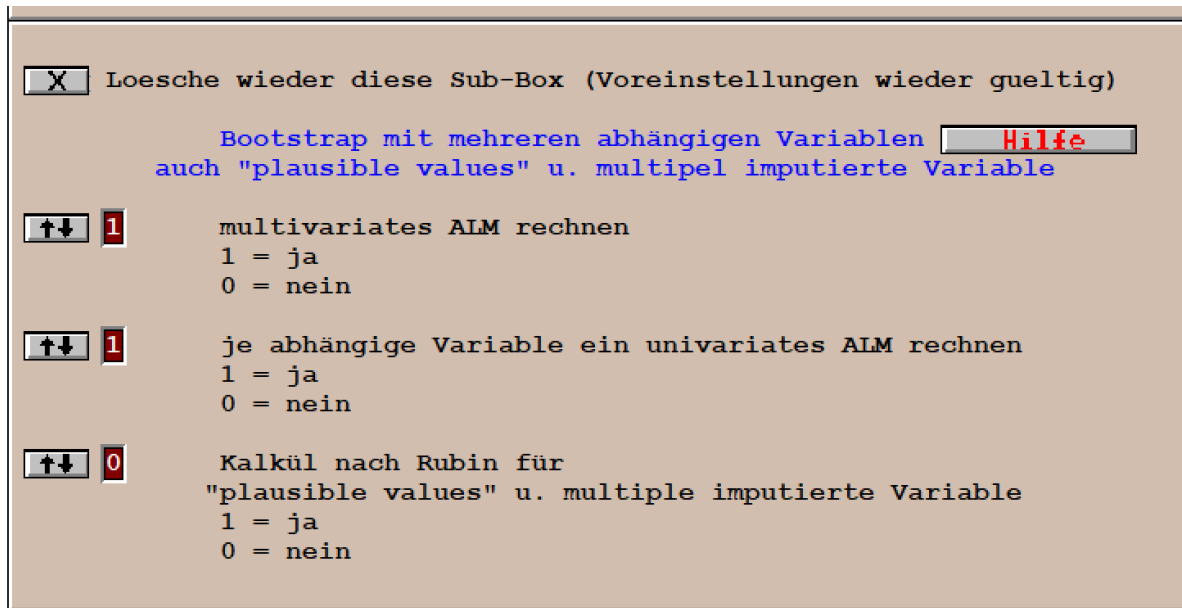
Leistung, Stressbelastung

1 0=quant. Variable als diskrete Variable behandeln
 1=quant. Variable als kontinuierliche Variable behandeln Hilfe

In der Bootstrap-Optionsbox muss diese Sub-Box geöffnet werden

Bootstrap mit mehreren abhängigen Variablen Hilfe

Die geöffnete Sub-Box wird so ausgefüllt



Almo ermittelt zuerst die univariaten Ergebnisse für Leistung und Stressbelastung und erst danach die multivariaten Ergebnisse für folgende Koeffizienten

Wilks Lambda,
Pillais Spur
Pillais Korrelation.

Als Ergebnis des Bootstrapping entstehen für dieser drei Koeffizienten deren Standardfehler und ihr Konfidenzintervall.

Diese beiden Bootstrap-Koeffizienten werden für alle einzelnen unabhängigen Variablen, d.h. für die Kovariaten und die Dummies der nominalen Variablen und auch für das Gesamtmodell ermittelt.

Wir haben in der Sub-Box auch die univariaten Bootstrap-Ergebnisse für Leistung und Stressbelastung berechnet, werden diese hier jedoch nicht ausgeben.

Standardfehler und Konfidenzintervall für Pillais Korrelation

Aus Wilks Lambda und Pillais Spur in den Originaldaten kann, wie wir oben gezeigt haben, ein Korrelationskoeffizient abgeleitet werden, der wie gewohnt, vom Forscher interpretiert werden kann. Almo zieht es dabei vor, den Korrelationskoeffizienten nach Pillai zu errechnen. Siehe die nachfolgende Tabelle 2. Pillais Korrelation und Wilks Korrelation sind für einzelne unabhängige Variable (Kovariate oder Dummies) identisch. Sie divergieren nur bei der multiplen Korrelation für das Gesamtmodell. In diesem Falle wird Pillais Korrelation vorgezogen, da sie (quadriert) sich, als „durchschnittliche (quadrierte) kanonische Korrelation“ interpretieren lässt.

Durch Bootstrapping kann der Standardfehler des Korrelationskoeffizienten nach Pillai und das Konfidenzintervall verteilungsfrei ermittelt werden. Damit entsteht wertvolle Information. Eine Einschränkung muss jedoch vorgenommen werden: Pillais Spur und Korrelation kann nicht negativ sein. Es kann deswegen auch keine Signifikanz p durch das Perzentil-Verfahren berechnet werden. Und auch das im Bootstrappingverfahren gewonnene Konfidenzintervall kann mit seinem unteren Grenzwert nicht den Wert .0 unterschreiten. Nur wenn der untere

Grenzwert gleich .0 ist, kann konstatiert werden, dass der jeweilige Korrelationskoeffizient bezüglich des vorgegebenen Vertrauensniveaus (von üblicherweise 95%) nicht signifikant ist.

Für Wilks Lambda und Pillais Spur errechnet Almo durch Bootstrapping einen Standardfehler und ein Konfidenzintervall. Ob damit wertvolle Informationen gewonnen wird ist zweifelhaft. Almo gibt diese Ergebnisse aus, weil sie im Rechengang für Pillais Korrelationskoeffizient anfallen.

Die Ergebnisse aus dem Bootstrapping des multivariaten ALM werden in einer Tabelle ausgegeben, die hier in zwei Teile getrennt abgebildet wird.

Tabelle 1 aus multivariater Analyse (gekürzt)

```

=====
Bootstrap-Ergebnisse fuer multivariate Analyse aus 10000 Stichproben
=====

```

	Wilks Lambda Standadfehler, Konfidenzintervall						Variable *f eliminiert in x Stichproben
	Wilks Lambda *a			*b	*c Konfidenzintervall Konf.niv=0.950		
	original	Bootstrap	Verzerr.	Standard fehler	unten	oben	
Haupteffekte							
Interaktionseffekte							
A1 männl	0.7241	0.7343	0.0102	0.0490	0.6421	0.8356	-
A2 weibl	0.7241	0.7343	0.0102	0.0490	0.6421	0.8356	-
B1 Land	0.9780	0.9736	-0.0045	0.0162	0.9346	0.9965	-
B2 Stadtrand	0.9924	0.9883	-0.0041	0.0085	0.9673	0.9992	-
B3 Stadt	0.9799	0.9757	-0.0042	0.0173	0.9331	0.9984	-
C1 Unterschic	0.9981	0.9934	-0.0047	0.0063	0.9771	0.9998	-
C2 Mittelschi	0.9847	0.9805	-0.0042	0.0132	0.9481	0.9983	-
C3 Oberschich	0.9936	0.9874	-0.0062	0.0123	0.9549	0.9997	-
A1 B1	0.9976	0.9915	-0.0062	0.0084	0.9688	0.9997	-
A1 B2	0.9912	0.9865	-0.0047	0.0103	0.9609	0.9993	-
A1 B3	0.9985	0.9918	-0.0067	0.0091	0.9664	0.9998	-
.
.
B2 C1	0.9839	0.9795	-0.0044	0.0139	0.9455	0.9984	-
B2 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)
B2 C3	0.9839	0.9795	-0.0044	0.0139	0.9455	0.9984	-
B3 C1	0.9935	0.9889	-0.0046	0.0086	0.9676	0.9995	-
B3 C2	0.9814	0.9775	-0.0038	0.0135	0.9455	0.9970	-
B3 C3	0.9971	0.9903	-0.0068	0.0102	0.9619	0.9998	-
A1 B1 C1	0.9864	0.9810	-0.0054	0.0113	0.9540	0.9972	-
A1 B1 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)
A1 B1 C3	0.9864	0.9810	-0.0054	0.0113	0.9540	0.9972	-
.
.
A2 B3 C1	0.9864	0.9810	-0.0054	0.0113	0.9540	0.9972	-
A2 B3 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)
A2 B3 C3	0.9864	0.9810	-0.0054	0.0113	0.9540	0.9972	-
.....							
nominale Variable und Interaktionen (Dummies zusammengefasst)							
V9 Geschlecht	0.7241	0.7343	0.0102	0.0490	0.6421	0.8356	
V4 Wohnlage	0.9696	0.9612	-0.0084	0.0195	0.9150	0.9909	
V5 Herkunft	0.9826	0.9729	-0.0097	0.0163	0.9323	0.9950	
V9*V4	0.9906	0.9792	-0.0113	0.0128	0.9481	0.9966	
V9*V5	0.9937	0.9830	-0.0107	0.0130	0.9491	0.9981	
V4*V5	0.9724	0.9580	-0.0145	0.0192	0.9141	0.9876	
V9*V4*V5	0.9864	0.9810	-0.0054	0.0113	0.9540	0.9972	
.....							

Kovariante							
Alter	0.1819	0.1790	-0.0028	0.0193	0.1445	0.2202	-
Bildungsniveau	0.8774	0.8739	-0.0035	0.0292	0.8139	0.9274	-
Berufsqualifika	0.8624	0.8578	-0.0045	0.0301	0.7957	0.9148	-
.....							
alle unabhaengig	*g)	*g)	*g)	*g)	*g)	*g)	
Variablen zusamm	1.4511	1.4683	0.0172	0.0311	1.4058	1.5294	

- *a "original" bezeichnet den Wert aus der Originalstichprobe
"Bootstrap" ist der Mittelwert aus den 10000 Bootstrapstichproben
mit "Verzerr." (Verzerrung) wird die Differenz zwischen dem Mittelwert aus den
Bootstrap-Stichproben minus dem Wert aus der Originalstichprobe bezeichnet
- *b Der Standardfehler ist gleich der Standardabweichung der Werte aus den Bootstrap-
Stichproben
- *c Das Konfidenzniveau ist 95.00%. Das bedeutet: Von den aufsteigend sortierten
10000 Mittelwerten aus den Bootstrap-Stichproben befinden sich 95.00% der Werte zwischen
den Konfidenzgrenzen und je 2.50% oberhalb bzw. unterhalb der Konfidenzgrenzen
- *d Dummies und Kovariate koennen wegen linearer Abhaengigkeit in x Stichproben eliminiert
worden sein. Die Bootstrap-Ergebnisse dieser Variablen beruhen so auf 10000 Stichproben
minus der in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahl x
- *e für alle Variable dieser Tabelle - ausser fuer "alle unabhaengigen Variablen zusammen":
gilt: Pillais Spur = 1.0 - Wilks Lambda
- *f Dummies und Kovariate koennen wegen linearer Abhaengigkeit in x Stichproben
ausgeschlossen werden. Die Bootstrap-Ergebnisse dieser Variablen beruhen so auf
10000 Stichproben minus der in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahl x
- *g Berechnet fuer Pillais Spur (nicht Wilks Lambda)
- *k) Die Variable wurde in allen Bootstrapstichproben wegen linearer Abhängigkeit eliminiert
oder vom Benutzer aus der Analyse herausgenommen (durch Eintrag der laufenden Nummer
dieser Variablen im Eingabefeld "diese Variable aus allen Stichproben ausschliessen")

Tabelle 2 aus multivariater Analyse (gekürzt)

	partielle Korrelation (nach Pillai) *e Standadfehler, Konfidenzintervall						Variable *f eliminiert in x Stichproben
	partielles Eta *a			*b	*c Konfidenzintervall Konf.niv=0.950		
	original	Bootstrap	Verzerr.	Standard fehler	unten	oben	
Haupteffekte							
Interaktionseffekt							
A1 männl	0.5253	0.5132	-0.0121	0.0488	0.4054	0.5983	-
A2 weibl	0.5253	0.5132	-0.0121	0.0488	0.4054	0.5983	-
B1 Land	0.1482	0.1545	0.0063	0.0504	0.0592	0.2558	-
B2 Stadtrand	0.0872	0.1010	0.0138	0.0394	0.0284	0.1809	-
B3 Stadt	0.1419	0.1454	0.0036	0.0561	0.0404	0.2587	-
C1 Unterschic	0.0440	0.0728	0.0289	0.0366	0.0134	0.1514	-
C2 Mittelschi	0.1235	0.1313	0.0077	0.0476	0.0409	0.2279	-
C3 Oberschich	0.0799	0.0995	0.0196	0.0516	0.0177	0.2123	-
A1 B1	0.0485	0.0826	0.0341	0.0414	0.0163	0.1766	-
A1 B2	0.0936	0.1073	0.0136	0.0444	0.0259	0.1976	-
A1 B3	0.0388	0.0789	0.0400	0.0447	0.0133	0.1832	-
.
.
B2 C1	0.1269	0.1346	0.0077	0.0493	0.0404	0.2335	-
B2 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)
B2 C3	0.1269	0.1346	0.0077	0.0493	0.0404	0.2335	-
B3 C1	0.0804	0.0969	0.0165	0.0411	0.0223	0.1799	-
B3 C2	0.1366	0.1427	0.0061	0.0458	0.0549	0.2334	-
B3 C3	0.0536	0.0862	0.0326	0.0472	0.0154	0.1951	-
A1 B1 C1	0.1166	0.1317	0.0151	0.0413	0.0531	0.2145	-
A1 B1 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)
A1 B1 C3	0.1166	0.1317	0.0151	0.0413	0.0531	0.2145	-
.
.
A2 B3 C1	0.1166	0.1317	0.0151	0.0413	0.0531	0.2145	-
A2 B3 C2	-	-	-	-	-	-	10000 *k)
A2 B3 C3	0.1166	0.1317	0.0151	0.0413	0.0531	0.2145	-
.....							
nominale Variable							

und Interaktionen (Dummies zusammengefasst)						
V9 Geschlecht	0.5253	0.5132	-0.0121	0.0488	0.4054	0.5983
V4 Wohnlage	0.1237	0.1351	0.0114	0.0354	0.0674	0.2070
V5 Herkunft	0.0935	0.1115	0.0180	0.0342	0.0501	0.1844
V9*V4	0.0687	0.0972	0.0285	0.0309	0.0409	0.1613
V9*V5	0.0562	0.0863	0.0301	0.0331	0.0309	0.1598
V4*V5	0.1177	0.1416	0.0240	0.0334	0.0787	0.2086
V9*V4*V5	0.1166	0.1317	0.0151	0.0413	0.0531	0.2145
.....						
Kovariante						
Alter	0.9045	0.9060	0.0015	0.0107	0.8831	0.9249
Bildungsniveau	0.3501	0.3527	0.0025	0.0416	0.2695	0.4313
Berufsqualifikat.	0.3710	0.3749	0.0039	0.0403	0.2919	0.4520
.....						
alle unabhängigen Variablen zusammen	0.8518	0.8568	0.0050	0.0091	0.8384	0.8745

P20.25.12 Bootstrap bei Rubin-Kalkül für "plausible values" und "multipel imputierte" Variable

Im Almo-Dokument Nr. 12 "Daten-Imputation", Abschnitt P45.7.4 wird das Konzept der "plausible values" und der Kalkül nach Rubin sehr ausführlich dargestellt. Als Beispiel wurde die Pisa-Studie zur Leistung von Schülern in Mathematik, Lesen und Wissenschaft verwendet. Wir werden dieses Beispiel wieder aufgreifen und im Folgenden mit der Programm-Maske "Bootstrap_Pisa.Alm" ein ALM mit Bootstrap rechnen. Das Programm findet man nach Klick auf den Knopf "alleProgs" am Oberrand des Almo-Fensters.

Die Variablen für unser Analyse sind folgende:

1. Die abhängige Variable ist die Schüler-Kompetenz in Mathematik, vertreten durch 10 "plausible values".
2. Als ursächliche Variable werden eingesetzt
 - a.) die nominalen Variablen Geschlecht und Immigrationsstatus
 - b.) die quantitative Variable soziale Herkunft, gemessen durch die Schulbildung des Vaters

Für die Originalstichprobe und für alle Bootstrapstichproben wird folgendes gerechnet:

1. Es wird ein ALM gerechnet. Es liefert die Ergebnisse aus 10 *univariaten* Analysen für jeden einzelnen "plausible value" und auch die Ergebnisse einer *multivariaten* Analyse, die wir in diesem Zusammenhang nicht benötigen und durch eine Option ausblenden können.
4. Gemäß dem Kalkül nach Rubin werden aus den 10 *univariaten* Analysen für die unabhängigen Variablen die durchschnittlichen Effekte und Regressionskoeffizienten sowie deren Standardfehler berechnet.
5. Diese Koeffizienten werden dann dem Bootstrap-Verfahren unterzogen, das uns je Effekt bzw. Regressionskoeffizient den Standardfehler, das Konfidenzintervall und die Signifikanz p liefert.

P20.25.12.1 Die Daten für Programm-Maske "Bootstrap_Pisa.Alm"

In "www.almo-statistik.de" kann der Ordner "Pisa2015a" herunter geladen werden. Er enthält die Almo-Datei

"Schueler_A_B_CH_D_FIN_FRA_ITA_NL.dir"

für eine Reihe europäischer Staaten. Die Datei umfasst 57980 Datensätze (Schüler) und 932 Variable. Die dazu gehörende Datei der Variablennamen ist

"Schueler_A_B_CH_D_FIN_FRA_ITA_NL.nam"

Sie umfasst die Variablennamen der 932 Variablen. Die Variable, die hier interessiert, ist die Kompetenz der Schüler in Mathematik, insbesondere der Schüler mit Migrationshintergrund. Sie wird durch 10 "plausible values" repräsentiert. Als erklärende, unabhängige Variable wurde das Geschlecht des Schülers, die Schulbildung seines Vaters (als Indikator der sozialen Herkunft) und der Immigrationsstatus verwendet. Selbstverständlich bilden diese 3 Variablen nur einen kleinen Ausschnitt aus der Menge der Bestimmungsgründe der Mathematik-Kompetenz.

In der Programm-Maske "Bootstrap_Pisa.Alm" werden folgende Daten verwendet:

1. die Schülerdaten aus Pisa 2015 für Deutschland bzw. Austria - reduziert auf 1000 Datensätze und 13 Variable mit dem Namen "**Schueler_D1000.fre**" bzw. "**Schueler_A1000.fre**". Die Daten wurden zufällig aus der großen Almo-Pisa-Datei "Schueler_A_B_CH_D_FIN_FRA_ITA_NL.dir" entnommen, sofern die Schüler aus Deutschland bzw. Österreich stammten, dabei wurden jedoch Datensätze mit fehlenden Werten übersprungen
2. die Datei der Variablennamen ("**Schueler_AD.nam**") für die 13 Variablen

Wir vereinfachen die Namen aus den originalen Pisa2015-Daten und beginnen die Variablennummerierung bei V1.

```
Name 1 = Geschlecht: (1)weiblich, (2)männlich;  
Name 2 = SchulbildungVater;  
Name 3 = Immigrationsstaus: (1)einheimisch, (2)im Inland geboren,  
                        (3)im Herkunftsland geboren;  
  
Name 4 = PVMathe1;  
Name 5 = PVMathe2;  
      .      .  
      .      .  
Name13 = PVMathe10;
```

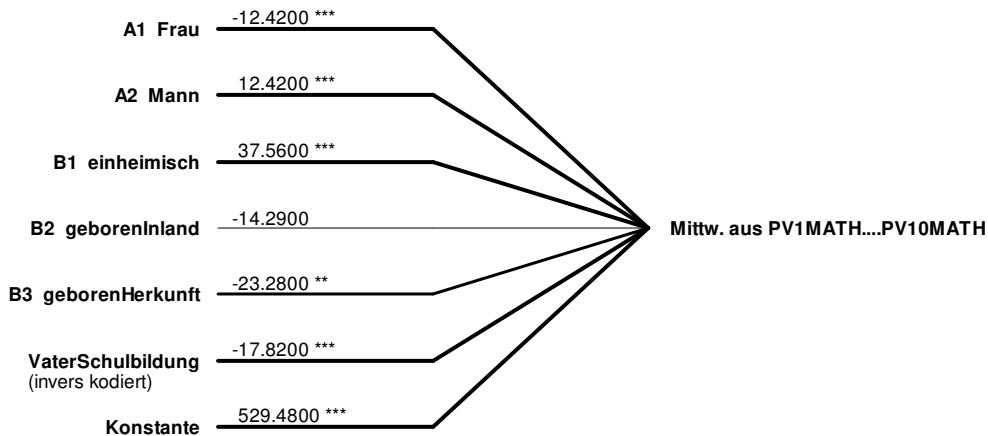
Die Variablen **PVMathe1** bis **PVMathe10** sind die 10 "plausible values", mit denen die Variable "Mathe-Kompetenz" gemessen wird.

Wir rechnen also folgendes Modell:

$$\text{Mathe-Kompetenz} = b_1 \cdot \text{weiblich} + b_2 \cdot \text{männlich} + b_3 \cdot \text{einheim.} + b_4 \cdot \text{Inlandgeboren} + b_5 \cdot \text{Herkunftgeboren} + \beta_1 \cdot \text{SchuleVater} + \text{Konstante}$$

Als Flussdiagramm der Effekte/Regressionskoeffizienten dargestellt:

Effekte und Regressionskoeffizienten
 A Geschlecht: A1=Frau A2=Mann
 B Immigrationsstatus: B1=einheimisch B2=geborenInland
 B3=geborenHerkunftsland



Wir wollen dem an der Pisa-Studie interessierte Leser noch zeigen, wie die Schülerdaten **Schueler_D1000.fre** bzw. **Schueler_A1000.fre** aus der großen Almo-Pisa-Datei gewonnen wurden:

Exkurs: Pisa2015-Daten

Aus der originalen Pisa-Schülerdatei der OECD wurden verschieden europäische Länder herausgelöst und für Almo die Datei "Schueler_A_B_CH_D_FIN_FRA_ITA_NL.dir" gebildet. In der dazu gehörenden Namensdatei "Schueler_A_B_CH_D_FIN_FRA_ITA_NL.nam" besitzen die 10 "plausible values" für Mathematik folgende Variablen-Nummern und -Namen:

```
Name810 = PV1MATH.Plausible.Value.1.in.Mathematics;
Name811 = PV2MATH.Plausible.Value.2.in.Mathematics;
.
.
.
Name818 = PV9MATH.Plausible.Value.9.in.Mathematics;
Name819 = PV10MATH.Plausible.Value.10.in.Mathematics;
```

Die unabhängige nominale Variable haben in oben angegebenen umfangreichen Dateien folgende Variablen-Nummern und -Namen: Nominale unabhängige Variable:

```
Name29 = ST004D01T.Geschlecht:(1)Female,(2)Male;
Name660 = IMMIG.Index.Immigration.status:
(1)Native,
(2)Second-Generation,
(3)First-Generation;
```

Mit "Second-Generation" ist gemeint: "bereits im Inland geboren", mit "First-Generation" "im Herkunftsland geboren". Als quantitative unabhängige Variable wird die Schulbildung des Vaters eingesetzt

```
Name35 = ST007Q01TA.What.is.the.highest.level.of.schooling.completed.by.your.father;
```

Aus der großen Schülerdatei "Schueler_A_B_CH_D_FIN_FRA_ITA_NL.dir" haben wir zufällig 1000 Datensätzen herausgeschnitten und so eine verkürzte Datei für Deutschland und Österreich gebildet, dabei aber nur die angegebenen 13 Analysevariablen V29,35,660,810:819 übernommen.

P20.25.12.2 Eingabe- und Optionsboxen von "Bootstrap_Pisa.Alm"

Das Programm ist identisch mit dem bereits ausführlich erläuterten Standardprogramm Prog20my. Es werden deswegen nur die Eingabeboxen interpretiert, die spezifisch für das Beispiel sind.

Die abhängigen Variablen sind die 10 "plausible values" der Kompetenz in Mathematik.

Analyse-Variable: Abhängige Variable Hilfe

Erlaubt sind:
 Eine oder mehrere quantitative oder ordinale Variable (auch gemischt) oder (exklusiv)
 Eine nominale Variable mit beliebig vielen Ausprägungen

quantitative abhängige Zielvariable

PV1MATH:PV10MATH

1 0=quant. Variable als diskrete Variable behandeln
 1=quant. Variable als kontinuierliche Variable behandeln Hilfe

Die unabhängigen Variablen sind:

Analyse-Variable: Unabhängige Variable Hilfe

nominale unabhängige Variable Hilfe

Geschlecht,Immigrationsstatus

0 Interaktionen x. Ordnung zwischen den nominalen unabhängigen Variablen bilden
 0 =keine Interaktionen bilden
 oder einige ausgewählte Interaktionen bilden Hilfe

Geschlecht,Immigrationsstatus paarweise Vergleiche für die nominalen unabhängigen Variablen rechnen

quantitative unabhängige Variable Hilfe

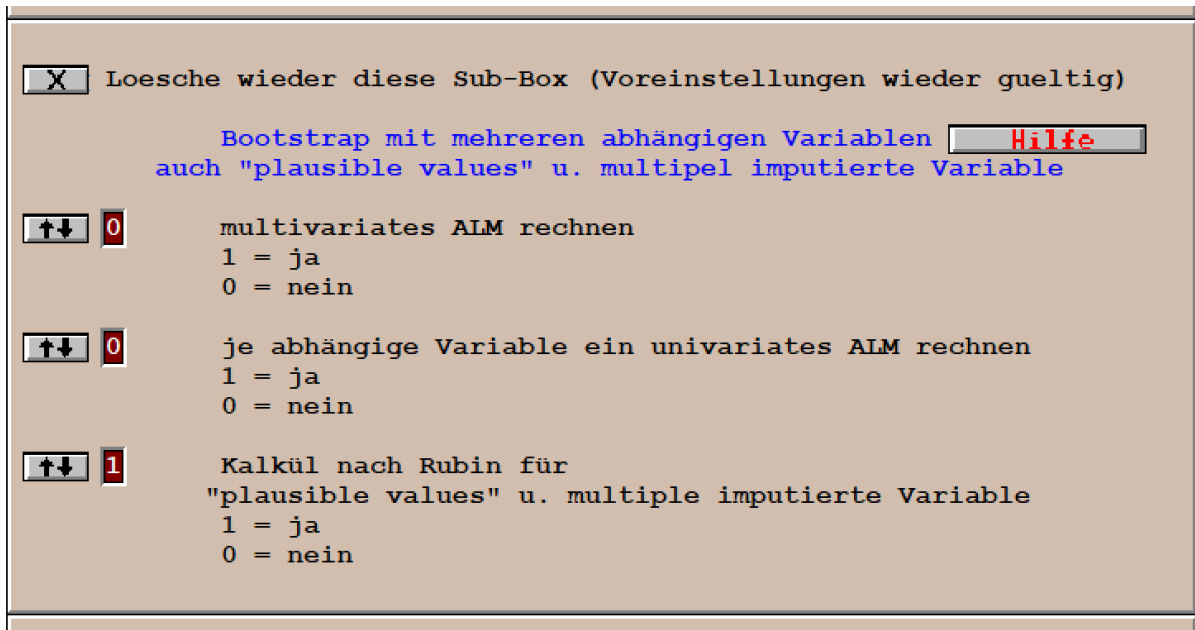
VaterSchulbildung

Für die nominalen Variablen können Interaktionen angefordert werden. In unserer Analyse geschieht dies nicht.

In der Bootstrap-Optionsbox muss folgende Sub-Box geöffnet werden

Bootstrap mit mehreren abhängigen Variablen Hilfe

Die geöffnete Sub-Box bietet folgende drei Optionen angeboten, von denen nur die 3. für unser Beispiel bedeutsam ist



Wird "1" eingegeben, dann werden, wie im nachfolgenden Abschnitt gezeigt, die Ergebnisse nach dem Rubin-Kalkül für die Original-Stichprobe und die Ergebnisse nach dem Bootstrap ausgegeben.

Würde in das 1. und 2. Eingabefeld ebenfalls eine 1 eingesetzt, dann würde eine sehr umfangreiche Ergebnisliste entstehen. Die Ergebnisse einer *multivariaten* Analyse der 10 "plausibled values" würden ausgegeben sowie die 10 *univariaten* Ergebnisse für jede der 10 "plausible values".

P20.25.12.2 Ergebnisse aus Programm-Maske "Bootstrap_Pisa.Alm"

Wir zeigen hier nur die aus dem Rubin-Kalkül hervor gegangenen Ergebnisse. Für die Originalstichprobe werden zuerst die Ergebnisse aus den univariaten Analysen hinsichtlich aller abhängigen Variablen ausgegeben. Dann wird folgende Tabelle ausgegeben:

Rubin-Verfahren: Ergebnisse aus Originalstichprobe

=====

Durchschnittliche Effekte und Regressionskoeffizienten von unabhaengigen Variablen hinsichtlich multipel imputierter Variabler bzw. hinsichtlich von "plausible values"

		durchschnittliche Effekte		Signifikanz	
		Regress.koeff	Standardfehler	p	(1-p)*100
A1	Frau	-12.418438	3.121861	0.000070	99.99
A2	Mann	12.418438	3.121861	0.000070	99.99
B1	einheimisch	37.562675	6.912138	0.000000	100.00
B2	geborenInland	-14.286552	8.521269	0.093678	90.63
B3	geborenHerkunfmland	-23.276123	12.911849	0.071486	92.85
V2	VaterSchulbildg.	-17.819710	2.922916	0.000000	100.00
Konstante		529.480367	9.842523	0.000000	100.00

Das Bootstrap-Ergebnis für das Rubin-Verfahren ist folgendes

Bootstrap-Ergebnisse aus "Plausible-Values"-Analyse nach Rubin aus 1000 Stichproben

=====

Effekte / Regressionskoeffizienten, Standardfehler
 Signifikanz, optimales Konfidenzniveau, Konfidenzintervall

	*a		*b	*c	*d	*e	
	Regress.koeff/Effekte		Standard	Signif	optimal	Konfidenzintervall	
	original	Bootstrap	fehler	p	Konfniv	unten	oben
Haupteffekte							
A1 Frau	-12.41844	-12.46170	2.26328	0.0010	0.9990	-17.01203	-8.119289
A2 Mann	12.41844	12.46170	2.26328	0.0010	0.9990	8.11929	17.012025
B1 einheimisch	37.56268	37.61556	6.13854	0.0010	0.9990	25.14615	48.946853
B2 geborenInland	-14.28655	-14.24335	7.37097	0.0420	0.9580	-28.82707	-0.988905
B3 geborenHerk.	-23.27612	-23.37221	11.39838	0.0520	0.9480	-44.30976	0.280203
Kovariante und Konstante							
VaterSchulbildg.	-17.81971	-17.75576	2.34720	0.0010	0.9990	-13.19736	-22.09134
Konstante	529.48037	529.21005	8.35631	0.0010	0.9990	513.52944	545.50942

- *a "original" bezeichnet den Wert aus der Originalstichprobe
"Bootstrap" ist der Mittelwert aus den 100 Bootstrapstichproben
mit "Verzerr." (Verzerrung) wird die Differenz zwischen dem Mittelwert aus den
Bootstrap-Stichproben minus dem Wert aus der Originalstichprobe bezeichnet
- *b Der Standardfehler ist gleich der Standardabweichung der Werte aus den
Bootstrap-Stichproben
- *c *) Berechnet wird die zweiseitige Signifikanz p
Der p-Wert kann nur durch das "einfache" Perzentil-Verfahren ermittelt werden
Das Perzentil-t-Verfahren kann nicht eingesetzt werden
Ist es dem Benutzer aber wichtig, dieses doch einzusetzen, dann muss er in der
Optionsbox "Streuungsmatrix" umschalten auf "Kreuzprodukt" bzw. auf
"d_Kreuzprodukt". Er erhaelt dann allerdings eine lueckenhafte Ergebnisliste
- *e Konfidenzintervall (nach vom Benutzer vorgegebenen Konfidenz-Niveau)
Das Konfidenzniveau ist 95.00%. Beim "einfachen" Perzentil-Verfahren bedeutet das:
Von den aufsteigend sortierten 100 Werten aus den Bootstrap-Stichproben befinden sich
95.00% der Werte zwischen den Konfidenzgrenzen und je 2.50% oberhalb und unterhalb
der Konfidenzgrenzen
- *f Dummies und Kovariate koennen wegen linearer Abhaengigkeit in x Stichproben eliminiert
worden sein. Die Bootstrap-Ergebnisse dieser Variablen beruhen so auf 100 Stichproben
minus der in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahl x

Mit letzterem Ergebnis verfügen wir für die originalen Effekte bzw. Regressionskoeffizienten je über ein Konfidenzintervall und einen p-Wert der "verteilungsfrei" ist, der also nicht auf der üblichen Normalverteilungsannahme basiert.

Werden die Konfidenzintervalle und p-Werte mit dem Perzentil-t -Verfahren gerechnet, dann entstehen nur minimal andere Werte. Der p-Wert für "geboren im Herkunftsland" ist dann allerdings mit $p=0.031$ signifikant.

Anhang: Vergleich Bootstrap-Ergebnisse SPSS und Almo

Folgende Kovarianzanalyse wurde mit Almo und SPSS gerechnet. Verwendet werden die selbst erzeugten Daten

```
in Almo: ".\Almo15\Testdat\Adat.fre" mit Namensdatei ".\Almo15\Testdat\Adat.nam"
in SPSS die identische Datei ".\Almo15\Testdat\Adat.sav"
```

Die unabhängigen Variablen in unserer erfundenen Untersuchung sind

```
nominale Variable (Faktoren): Wohngegend: (1) Land,
                                   (2) Stadtrand
                                   (3) Stadt
                                   Herkunft: (1) Unterschicht
                                                (2) Mittelschicht
                                                (3) Oberschicht
quantitative Variable (Kovariate): Alter
                                   Bildungsniveau
```

Die abhängigen quantitative Variablen ist: *Leistung* (in irgend einem Test)

Die SPSS-Ausgabe ist zu finden

```
im SPSS-Ausgabeformat in:
".\Almo15\Testdat\SPSS_Almo_BootstrapVergleich_Erg.spv"

im freien lesbaren Format in:
".\Almo15\Testdat\SPSS_Almo_BootstrapVergleich_Erg.txt"
ist in Almo lesbar und in SPSS als Script lesbar
```

Die Almo-Ausgabe ist zu finden in: ".\Almo15\Testdat\Almo_Bootstrap_Erg.erg"

Das SPSS-Syntax-Programm ist enthalten in:

```
".\Almo15\Testdat\SPSS_Almo_BootstrapVergleich.sps"
```

Es kann in SPSS geladen werden. Zuvor müssen jedoch die Daten "Adat.sav" geladen werden

Das Almo-Programm ist enthalten in

```
".\Almo15\Almo_BSP\Almo_SPSS_BootstrapVergleich.alm"
```

Die Daten werden automatisch nach Start des Programms geladen

Beide Programme wurden auf demselben (schon älteren) PC gerechnet. Eingesetzt wurde SPSS Version 27.

Zahl der Bootstrap-Sichproben:	1000	10000
	-----	-----
Rechendauer Almo:	12 sec	161 sec
SPSS:	210 sec	-

Eine Analyse mit 10000 Stichproben war in SPSS (in mehreren wiederholten Versuchen) nicht möglich. Nach 2 Stunden wurde jeweils im Task-Manager, der ein noch aktives SPSS anzeigte, abgebrochen.

Regressionskoeffizienten, Effekte, Parameter

Beim folgenden Vergleich werden die Bootstrap-Ergebnisse von SPSS in die Almo-Ausgabe eingefügt. Das gelingt nur teilweise. Die "Haupt- und Interaktions-Effekte" in Almo sind anders konzipiert als die "Parameter" in SPSS. Wir werden darauf zurückkommen.

Wir betrachten zuerst die Almo-Tabelle der "Regressionskoeffizienten und Effekte". Der hintere 2.Teil, in dem die Bootstrap-Ergebnisse für die Eta-Korrelationskoeffizienten gezeigt werden, haben wir hier nicht abgebildet, da SPSS sie dem Bootstrap nicht unterzieht.

Die Ergebnisse für die Originalstichprobe von Almo und SPSS sind exakt gleich. Wobei die in Almo ausgegebenen Haupt- und Interaktionseffekte der nominalen Variablen (Faktoren) anders berechnet werden als die entsprechenden "Parameter" in SPSS und deswegen nicht vergleichbar sind. Siehe Almo-Dokument 13 "ALM Allgemeines Lineares Modell", Abschnitt P20.6.5 und P20.7.5 und im Anhang.

Die Haupteffekte **A1** bis **B3** der Originalstichprobe aus Almo lassen sich in SPSS über einen Umweg als "Abweichungskontraste zum Mittelwert" der nicht-redundanten Dummies ausgeben. Dabei werden die redundanten Dummies in SPSS auf .0 gesetzt. Almo hingegen normiert auf Summe 0. Die redundanten Dummies erhalten so einen Effekt, der sich ergibt aus

0 minus Summe der Effekte der nicht-redundanten Dummies

SPSS rechnet allerdings kein Bootstrap-Verfahren für die Abweichungskontraste, so dass ein Vergleich in den Spalten *a bis *e in der Tabelle für die Haupteffekte über diesen Umweg nicht möglich ist

Die nachfolgenden Interaktionseffekte A1B1 bis A3B3 sind ebenfalls mit den SPSS-"Parameter" nicht vergleichbar. Abweichungskontraste für Interaktionen sind nicht sehr sinnvoll und in SPSS auch nicht vorgesehen.

Voll vergleichbar sind die Regressionskoeffizienten der Kovariaten.

Almo-Ergebnis aus 1000 Bootstrapstichproben

		Regressionskoeffizienten, Effekte Standardfehler, Signifikanz, Konfidenzintervall						
		*a			*b	*c	*e	
		Regress.koeffizient / Effekt			Standard	Signifik.	Konfidenzintervall	
		original	Bootstrap	Verzerr.	fehler	p	Konf.niv=0.950	
							unten	oben
Haupteffekte								
Interakt.effekte								
A1	Land	-0.232	-0.230	0.003	0.131	0.078	-0.487	0.023
A2	Stadttrand	0.366	0.364	-0.003	0.121	0.002	0.123	0.601
A3	Stadt	-0.134	-0.134	-0.000	0.155	0.380	-0.443	0.152
B1	Unterschic	-0.251	-0.248	0.003	0.153	0.120	-0.549	0.056
B2	Mittelschi	0.427	0.428	0.001	0.128	0.002	0.176	0.685
B3	Oberschich	-0.176	-0.180	-0.004	0.172	0.282	-0.513	0.152
A1	B1	-0.328	-0.327	0.001	0.166	0.064	-0.627	0.023
A1	B2	0.215	0.205	-0.010	0.162	0.202	-0.106	0.526
A1	B3	0.113	0.122	0.009	0.222	0.556	-0.306	0.553
A2	B1	-0.275	-0.280	-0.004	0.163	0.080	-0.593	0.034
A2	B2	-0.008	-0.005	0.003	0.155	0.931	-0.305	0.290
A2	B3	0.283	0.285	0.002	0.191	0.132	-0.084	0.655
A3	B1	0.603	0.607	0.004	0.218	0.002	0.179	1.022
A3	B2	-0.207	-0.200	0.007	0.184	0.270	-0.547	0.169
A3	B3	-0.396	-0.407	-0.011	0.214	0.042	-0.821	-0.011
Kovariante und Konstante								
Alter	Almo	0.560	0.561	0.000	0.030	0.001	0.501	0.618
	SPSS	,560		-,001	,030	,001	,500	,615
Bildungsniveau	Almo	0.361	0.362	0.001	0.044	0.001	0.282	0.454
	SPSS	,361		,003	,042	,001	,280	,449
Konstante	Almo	-19.425	-19.446	-0.021	0.955	0.002	-21.411	-17.656
	SPSS	-20,130		,015	1,143	,001	-22,383	-17,872

gerechnet wurde mit 1000 Bootstrapstichproben und der Zufallsstartzahl 578125

- *a "original" bezeichnet den Wert aus der Originalstichprobe
"Bootstrap" ist der Mittelwert aus den 1000 Bootstrapstichproben mit "Verzerr." (Verzerrung) wird die Differenz zwischen dem Mittelwert aus den Bootstrap-Stichproben minus dem Wert aus der Originalstichprobe bezeichnet
- *b Der Standardfehler ist gleich der Standardabweichung der Werte aus den Bootstrap-Stichproben
- *c Berechnet wird die zweiseitige Signifikanz p
Beim symmetrischen und asymmetrischen Perzentil-t -Verfahren entsteht der gleiche p-Wert
Beim einfachen Perzentil-Verfahren entsteht ein geringfügig anderer p-Wert
- *e Konfidenzintervall (nach vom Benutzer vorgegebenen Konfidenz-Niveau)
Das Konfidenzniveau ist 95.00%. Beim "einfachen" Perzentil-Verfahren bedeutet das:
Von den aufsteigend sortierten 1000 Werten aus den Bootstrap-Stichproben befinden sich 95.00% der Werte zwischen den Konfidenzgrenzen und je 2.50% oberhalb und unterhalb der Konfidenzgrenzen
- *g) Dies ist die multiple partielle Korrelation der nicht-redundanten Dummies der nominalen Variablen bzw. der Interaktionsvariablen hinsichtlich der abhängigen Variablen
Für die nicht-redundanten Dummies einer unabhängigen nominalen Variablen oder einer Interaktionsvariablen wird die multiple Korrelation hinsichtlich der abhängigen

		Standardfehler, Signifikanz, Konfidenzintervall							Zufall Start zahl	Stich prob zahl
		*a Mittelwertsdistanz			*b	*c	*e Konfidenzintervall			
		original	Bootstrap	Verzerr.	Standard fehler	Signifik. p	Konf. niv=0.950 unten	oben		
A1-A2	Almo1	-0.598	-0.593	0.005	0.200	0.006	-1.000	-0.192	578125	1000
	Almo2	-0.598	-0.601	-0.003	0.207	0.002	-0.996	-0.203	778127	1000
	Almo3	-0.598	-0.578	0.020	0.198	0.004	-0.969	-0.208	978129	10000
	Almo4	-0.598	-0.593	0.005	0.202	0.003	-0.991	-0.207	578125	10000
	Almo5	-0.598	-0.594	0.004	0.204	0.003	-1.004	-0.200	778127	10000
	Almo6	-0.598	-0.591	0.008	0.204	0.004	-0.998	-0.203	978129	10000
	SPSS1	-,598	-	,003	,211	,007	-1,054	-,201	Zufall	1000
	SPSS2	-,598	-	,006	,201	,003	-1,018	-,206	2730009	1000
	SPSS3	-,598	-	,008	,204	,003	-1.002	-,194	2550005	1000
A1-A3	Almo1	-0.098	-0.096	0.003	0.260	0.720	-0.612	0.414	578125	1000
	Almo2	-0.098	-0.101	-0.003	0.251	0.674	-0.619	0.385	778127	1000
	Almo3	-0.098	-0.090	0.008	0.264	0.748	-0.594	0.411	978129	10000
	Almo4	-0.098	-0.094	0.005	0.256	0.724	-0.608	0.395	578125	10000
	Almo5	-0.098	-0.090	0.008	0.261	0.727	-0.604	0.409	778127	10000
	Almo6	-0.098	-0.090	0.008	0.260	0.731	-0.603	0.417	978129	10000
	SPSS1	-,098	-	,004	,258	,706	-,590	,405	Zufall	1000
	SPSS2	-,098	-	-,001	,256	,692	-,624	,360	2730009	1000
	SPSS2	-,098	-	,021	,260	,696	-,637	,405	2550005	1000
A2-A3	Almo1	0.500	0.498	-0.002	0.245	0.030	0.041	0.990	578125	1000
	Almo2	0.500	0.500	-0.001	0.232	0.018	0.054	0.967	778127	1000
	Almo3	0.500	0.488	-0.012	0.242	0.042	0.016	0.987	978129	10000
	Almo4	0.500	0.500	-0.000	0.239	0.033	0.034	0.976	578125	10000
	Almo5	0.500	0.504	0.004	0.240	0.034	0.039	0.972	778127	10000
	Almo6	0.500	0.500	0.000	0.240	0.036	0.030	0.974	978129	10000
	SPSS1	,500	-	,000	,242	,034	,037	,996	Zufall	1000
	SPSS2	,500	-	-,007	,236	,031	,015	,948	2730009	1000
	SPSS3	,500	-	,013	,242	,045	,044	1,012	2550005	1000

Der Vergleich zeigt:

1. Die Ergebnisse innerhalb von SPSS und Almo mit unterschiedlichen Startzahlen für den Zufallsgenerator sind sehr ähnlich. Sie differieren zufällig.
2. Die Ergebnisse aus SPSS und Almo sind so ähnlich, dass ein zufälliges Differieren angenommen werden kann. Ihre Unterschiede entsprechen den Unterschiede, die innerhalb eines Programms auftreten, wenn die Zufalls-Startzahlen verändert wird.
Zur Signifianz p:
Der p-Wert wird bei SPSS nach dem Perzentil-t-Verfahren ermittelt, während das Konfidenzintervall nach dem einfachen Perzentil-Verfahren (bzw. BCa-Verfahren) errechnet wird. In Almo kann das Perzentil-t-Verfahren ebenfalls eingesetzt werden, dann wird aber auch das Konfidenzintervall nach diesem Verfahren ermittelt.
3. Die Unterschiede innerhalb von Almo zwischen den 3 Analysen mit 10 000 Stichproben sind kleiner als zwischen den 3 Analysen mit nur 1000 Stichproben. Würde man viele 10000er Analysen und viele 1000-er Analysen rechnen, dann würde das noch deutlicher sichtbar werden. Die Streuung z.B. des Standardfehlers oder des p-Wertes aus vielen 10000er Analysen wäre kleiner als die aus vielen 1000-er Analysen. Je größer die Stichprobenzahl umso dichter ist die Annäherung an einen "stabilen" Wert. Die Folgerung daraus ist: Sofern die Rechenzeit noch akzeptabel ist, sollte der Forscher mehr als 1000 Stichproben rechnen.

Randmittel

=====
 Bootstrap-Ergebnisse fuer Randmittel aus 1000 Stichproben
 hinsichtlich der abhaengigen Variablen: V6 Leistung
 =====

		Randmittel Standadfehler, Konfidenzintervall						
		*a Randmittel			*b Standard fehler	*e Konfidenzintervall Konf.niv=0.950		
		original	Bootstrap	Verzerr.		Grenzwert		
						unten	oben	
Mittelwert	*x)	Almo	7.317	7.321	0.003	0.217	6.905	7.747
		SPSS	7,317		,009	,216	6,912	7,759
A1	Land	Almo	7.085	7.091	0.006	0.251	6.594	7.572
		SPSS	7,085		,011	,256	6,602	7,604
A2	Stadttrand	Almo	7.683	7.684	0.001	0.233	7.223	8.140
		SPSS	7,683		,008	,233	7,244	8,173
A3	Stadt	Almo	7.183	7.187	0.003	0.283	6.632	7.729
		SPSS	7,183		,007	,278	6,648	7,781
B1	Unterschic	Almo	7.066	7.073	0.006	0.268	6.525	7.603
		SPSS	7,066		,013	,266	6,587	7,630
B2	Mittelschi	Almo	7.744	7.749	0.005	0.245	7.274	8.219
		SPSS	7,744		,010	,235	7,317	8,234
B3	Oberschich	Almo	7.141	7.140	-0.001	0.282	6.569	7.699
		SPSS	7,141		,003	,283	6,604	7,691
A1	B1	Almo	6.506	6.516	0.010	0.263	6.004	7.046
		SPSS	6,506		,011	,266	5,999	7,045
A1	B2	Almo	7.727	7.725	-0.003	0.283	7.151	8.282
		SPSS	7,727		,023	,279	7,243	8,273
A1	B3	Almo	7.022	7.033	0.011	0.466	6.077	7.923
		SPSS	7,022a		-,001	,488	5,987	7,937
A2	B1	Almo	7.157	7.156	-0.000	0.285	6.637	7.705
		SPSS	7,157		,012	,289	6,629	7,796
A2	B2	Almo	8.103	8.108	0.005	0.286	7.551	8.672
		SPSS	8,103		,009	,277	7,573	8,627
A2	B3	Almo	7.791	7.789	-0.002	0.311	7.174	8.383
		SPSS	7,791		,003	,310	7,164	8,414
A3	B1	Almo	7.535	7.545	0.010	0.458	6.582	8.442
		SPSS	7,535		,019	,449	6,733	8,526
A3	B2	Almo	7.403	7.415	0.012	0.348	6.723	8.087
		SPSS	7,403		-,002	,332	6,748	8,072
A3	B3	Almo	6.612	6.600	-0.012	0.404	5.737	7.330
		SPSS	6,612		,007	,400	5,813	7,332

gerechnet wurde mit 1000 Bootstrapstichproben und der Zufallsstartzahl 578125

*x) Wenn nur Dummies aber keine Kovarianten vorhanden sind, dann ist dies die Konstante
 sonst ist es der vom Modell reproduzierte Gesamtmittelwert

*a "original" bezeichnet den Wert aus der Originalstichprobe
 "Bootstrap" ist der Mittelwert aus den 1000 Bootstrapstichproben
 mit "Verzerr." (Verzerrung) wird die Differenz zwischen dem Mittelwert aus den
 Bootstrap-Stichproben minus dem Wert aus der Originalstichprobe bezeichnet

*b Der Standardfehler ist gleich der Standardabweichung der Werte aus den Bootstrap-
 Stichproben

- *e Konfidenzintervall (nach vom Benutzer vorgegebenen Konfidenz-Niveau)
Das Konfidenzniveau ist 95.00%. Beim "einfachen" Perzentil-Verfahren bedeutet das:
Von den aufsteigend sortierten 1000 Werten aus den Bootstrap-Stichproben befinden sich
95.00% der Werte zwischen den Konfidenzgrenzen und je 2.50% oberhalb und unterhalb
der Konfidenzgrenzen
- *f Dummies und Kovariate koennen wegen linearer Abhaengigkeit in x Stichproben eliminiert
worden sein. Die Bootstrap-Ergebnisse dieser Variablen beruhen so auf 1000 Stichproben
minus der in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahl x
- *k) Die Variable wurde in allen Bootstrapstichproben eliminiert

Auch für die Randmittel gilt

Die Ergebnisse für die Originalstichprobe stimmen exakt überein.

Die Bootstrap-Ergebnisse aus SPSS und Almo sind so ähnlich, dass ein zufälliges Differieren angenommen werden kann. Ihre Unterschiede entsprechen den Unterschieden, die innerhalb eines Programms auftreten, wenn die Zufalls-Startzahlen verändert wird.

Bootstrap mit Rubin-Kalkül für "Plausible Values" u. multipel imputierte Variable

In SPSS ist dieses Verfahren nicht vorhanden, ein Vergleich also nicht möglich

Literatur zu Bootstrap

Davison, A.C. & Hinkley, D.V.: Bootstrap methods and their application, 2006, 8th Edn. Cambridge University Press

Efron, Bradley, and Robert Tibshirani: An Introduction to the Bootstrap, Chapman and Hall/CRC, 1994.

Elias, Christopher J.: Percentile and Percentile-t Bootstrap Confidence Intervals: A Practical Comparison, Journal of Econometric Methods, 2013, Band 4, Heft 1, S 153-161

Wilcox, Rand R. Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing. 4th edition. Academic Press, 2017.