Konfirmatorische Faktorenanalyse

P30.5

Kurt Holm

Almo Statistik-System
www.almo-statistik.de

holm@almo-statistik.de

kurt.holm@jku.at

2014

Autor des vorliegenden Dokuments: em. Prof. Dr. Kurt Holm, Universität Linz, Österreich

Siehe auch die beiden PDF-Dokumente Nr.15 "Faktorenanalyse", 15a "Bootstrap bei Faktoren-analyse und Nr.6 "Korrespondenzanalyse" auf der Handbuchseite von www.almo-statistik.de Im Text wird häufig auf das Dokument **P0** Bezug genommen. Dabei handelt es sich um das Almo-Dokument "Arbeiten mit Almo.PDF" (Dokument 0).

Weitere Almo-Dokumente

Die folgenden Dokumente können alle kostenlos bei www.almo-statistik.de heruntergeladen werden

0. Arbeiten_mit_Almo.PDF (1 MB)
1a. Eindimensionale Tabellierung.PDF (1,8 MB)
1b. Zwei- und drei-dimensionale Tabellierung.PDF (1.1 MB)
2. Beliebig-dimensionale Tabellierung.PDF (1.7 MB)
3. Nicht-parametrische Verfahren.PDF (0.9 MB)
4. Kanonische Analysen.PDF (1.8 MB)
Diskriminanzanalyse.PDF (1.8 MB)
enthält: Kanonische Korrelation, Diskriminanzanalyse, bivariate Korrespondenzanalyse, optimale Skalierung
5. Korrelation.PDF (1.4 MB)
6. Allgemeine multiple Korrespondenzanalyse.PDF (1.5 MB)
7. Allgemeines ordinales Rasch-Modell.PDF (0.6 MB)
7a. Wie man mit Almo ein Rasch-Modell rechnet.PDF (0.2 MB)
8. Tests auf Mittelwertsdifferenz, t-Test.PDF (1,6 MB)
9. Logitanalyse.pdf (1,2MB) enthält Logit- und Probitanalyse
9b. Bootstrap bei Logit- und Probitanalyse.pdf
10. Koeffizienten der Logitanalyse.PDF (0,06 MB)
11. Daten-Fusion.PDF (1,1 MB)
12. Daten-Imputation.PDF (1,3 MB)
13. ALM Allgemeines Lineares Modell.PDF (2.3 MB)
13a. ALM Allgemeines Lineares Modell II.PDF (2.7 MB)
13b. Bootstrap bei Allgemeinem Linearen Modell III.PDF
14. Ereignisanalyse: Sterbetafel-Methode, Kaplan-Meier-Schätzer, Cox-Regression.PDF (1,5 MB)
15. Faktorenanalyse.PDF (1,6 MB)
15a. Bootstrap bei Faktorenanalyse.PDF
16. Konfirmatorische Faktorenanalyse.PDF (0,3 MB)
17. Clusteranalyse.PDF (3 MB)
18. Pisa 2012 Almo-Daten und Analyse-Programme.PDF (17 KB)
19. Guttman- und Mokken-Skalierung.PFD (0.8 MB)
20. Latent Structure Analysis.PDF (1 MB)
21. Statistische Algorithmen in C (80 KB)
22. Conjoint-Analyse (PDF 0,8 MB)
23. Ausreisser entdecken (PDF 170 KB)
24. Statistische Datenanalyse Teil I, Data Mining I
25. Statistische Datenanalyse Teil II, Data Mining II
26. Statistische Datenanalyse Teil III, Arbeiten mit Almo-Datenanalyse-System
27. Mehrfachantworten. Tabellierung von Fragen mit Mehrfachantworten
28. Metrische multidimensionale Skalierung (MDS) (0,4 MB)
29. Metrisches multidimensionales Unfolding (MDU) (0,6 MB)
30. Nicht-metrische multidimensionale Skalierung (MDS) (0,4 MB)
31. Pfadanalyse.PDF (0,7 MB)
32. Datei-Operationen mit Almo (1,1 MB)
33. Wählerstromanalyse und Wahlhochrechnung (1,6 MB)
34. Soziometrie. Auswertung soziometrischer Daten (0,5 MB)
35. Konfidenzintervall und p-Wert beim Bootstrap-Verfahren (200 KB)

Inhaltsverzeichnis

P30.5 Konfirmatorische Faktorenanalyse

Bei der konfirmatorischen Faktorenanalyse wird (1) eine aus der Theorie begründete Faktorladungsmatrix mit (2) einer aus den empirischen Daten gewonnenen Faktorladungsmatrix verglichen und versucht (3) eine dritte Faktorladungsmatrix als "Kompromiss" zu gewinnen.

Wir bezeichnen die in (1) genannte theoretische Matrix auch als "Zielmatrix", die in (2) genannte Matrix als "empirische Matrix" und die in (3) genannte Matrix als "konfirmatorische Matrix".

Für die Gewinnung der "konfirmatorischen Faktorladungsmatrix" gibt es 2 Ansätze:

die **Kleinste-Quadrate-Lösung** und die **Maximun-Likelihood-Lösung**

Die beiden Lösungen führen nicht zu identischen Ergebnissen.
Wir werden uns hier ausschließlich mit der Kleinste-Quadrate-Lösung beschäftigen. Dabei wollen wir uns zunächst dem orthogonalen Fall zuwenden und erst später dem "schiefwinkligen" Fall (der sich als Variante des orthogonalen erweisen wird).

Die Literatur zu beiden Verfahren ist sehr umfangreich. Einen Überblich über beide gibt G. Arminger (Faktorenanalyse, Teubner Studienskripten, 1979, S.118 ff). Bei Tarnai wird die Kleinste-Quadrate-Lösung sehr übersichtlich beschrieben. (Ch. Tarnai: Anwendung von Methoden der Transformationsanalyse als Form konfirmatorischer Faktorenanalyse, Zeitsch. f. Soziologie, 1978, Jg.7, Heft 4, S.366ff). Die Kleinste-Quadrate-Lösung geht zurück auf einen von Roppert und Fischer vorgeschlagenen Kalkül (1965)

Eine weitere bedeutsame Unterscheidung ist die zwischen (1) orthogonaler und (2) schiefwinkliger konfirmatorischer Faktorenanalyse. Bei ersterer wird angenommen, dass eine orthogonale Lösung den empirischen Daten am besten entspricht bzw. dass eine aus der Theorie begründete orthogonale Faktorladungsmatrix vorliegt. Bei der zweiten wird angenommen, dass die Faktoren miteinander korrelieren bzw. dass eine aus der Theorie begründete schiefwinklige Faktorladungsmatrix vorliegt.

Almo-Programme
Almo enthält zur konfirmatorischen Faktorenanalyse die beiden Programm-Masken Prog30m8 und Prog30m9. Der Benutzer gelangt zu diesen Programmen durch Klick auf den Knopf „Verfahren“ und dann „Faktorenanalyse“. Ausserdem sind noch 3 Beispielprogramme, die aus Prog30m8 gestartet werden können, vorhanden.

Vergleich zweier Faktorladungsmatrizen
Das im folgenden beschriebene Verfahren kann auch für den Vergleich zweier empirischen Faktorladungsmatrizen verwendet werden. Beispielsweise könnten die faktorisierten Leistungen von Männern und Frauen in verschiedenen Tests aufeinander bezogen werden. In diesem Fall liefert der nachfolgen beschriebene Kalkül eine dritte Faktorladungsmatrix, die daraus entstand, dass die

"Männer-Matrix" maximal an die Frauen-Matrix "heranrotiert" wurde. Umgekehrt könnte auch die Frauen-Matrix an die Männer-Matrix heranrotiert werden. Das Ergebnis muss nicht dasselbe sein. Siehe hierzu die ausführliche Darstellung bei Ch. Tarnai: Methoden der Transformationsanalyse und ihre Anwendung im Rahmen der Faktorenanalyse, 1977, D.I.P. Methodologische Arbeitsberichte. Wir werden in Abschnitt P30.5.11 ausführlich auf dieses Thema eingehen.

P30.5.1 Die orthogonale konfirmatorische Faktorenanalyse

Bei der Kleinste-Quadrate-Lösung wird die nicht-rotierte Faktorladungsmatrix orthogonal so an die Zielmatrix "heranrotiert", dass die Differenz zwischen der rotierten Matrix und der Zielmatrix ein Minimum ist. Die rotierte Matrix ist dann die "konfirmatorische Faktorladungsmatrix".
Die Kleinste-Quadrate-Lösung besteht darin, dass die Summe der quadrierten euklidischen Distanzen der einander entsprechenden Variablen aus Faktorladungs- und Zielmatrix ein Minimum ist.

Es soll folgendes Beispiel verwendet werden: Die Leistung von Untersuchungspersonen in folgenden 4 Sportarten wird gemessen

```
Variable V1   Rad
         V2   Langlauf
         V3   Kugelstoss
         V4   Speerwurf
```

BEACHTE: Alle folgenden Ausführungen gelten selbstverständlich auch für den allgemeinen Fall mit beliebig vielen Variablen und beliebig vielen Faktoren

Die Interkorrelationsmatrix der 4 Sportarten ist folgende

		Rad V1	Langstr V2	Kugelst V3	Speerwur V4
Rad	V1	1.0000	0.3975	0.5281	0.2535
Langlauf	V2	0.3975	1.0000	0.0946	0.0306
Kugelstoss	V3	0.5281	0.0946	1.0000	0.7442
Speerwurf	V4	0.2535	0.0306	0.7442	1.0000

Eine Faktorenanalyse liefert folgendes Ergebnis
Die Eigenwerte der Matrix sind

```
2.1125   1.1553   0.5458   0.1865
```

Orthogonale Matrix der Faktorladungen **A** (für Eigenwerte größer 1.0) ist

A

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	0.7383	0.4244

Langlauf	V2	0.3624	0.8273
Kugelstoss	V3	0.9060	-0.2753
Speerwurf	V4	0.7843	-0.4637

Wir interpretieren Faktor 1 als "Kraft" und Faktor 2 als "Ausdauer" So liegt Kugelstossen mit 0.9060 stark auf dem Faktor "Kraft" und Langstrecke stark auf dem 2. Faktor "Ausdauer".

Es wird folgende Notation verwendet. Wir schliessen uns dabei der Darstellung von Tarnai an

A = orthogonale empirische Faktorladungsmatrix
Z = orthogonale Zielmatrix,
T = Transformationsmatrix
B = konfirmatorische Faktorladungsmatrix
E = Differenzmatrix: Matrix der Differenzen zwischen **Z** und **B**

Die empirische Faktorladungsmatrix **A** wird durch Multiplikation mit der Transformationsmatrix **T** zur konfirmatorische Faktorladungsmatrix **B**.

B = A * T

Die Aufgabe der konfirmatorischen Faktorenanalyse besteht also darin, eine geeignete Transformationsmatrix zu finden, die **A** zu **B** wandelt.

Die Differenzmatrix **E** ist

E = Z - A * T

Die Transponierte von **E** wird mit **E'** bezeichnet.
Die Bedingung der Kleinste-Quadrate-Lösung lautet nun:

(1) Spur(**E * E'**) = min
(2) **T' * T = I**

Als Ergebnis aus dem (noch darzustellenden) Programm Prog30m8 erhalten wir folgende Matrizen

		Z Zielmatrix		**A** empirische F.lad.mat		**B = A*T** konfirmat. F.lad.mat	
		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	0.5000	0.5000	0.7383	0.4244	0.5702	0.6325
Langstrecke	V2	0.2000	0.8000	0.3624	0.8273	0.0879	0.8989
Kugelstoss	V3	0.9000	0	0.9060	-0.2753	0.9467	0.0194

Speerwurf	V4	0.8000	0	0.7843	-0.4637	0.8895	-0.1975

Diagramm der orthogonalen empirischen Faktorladungsmatrix

empirische Faktorladungen

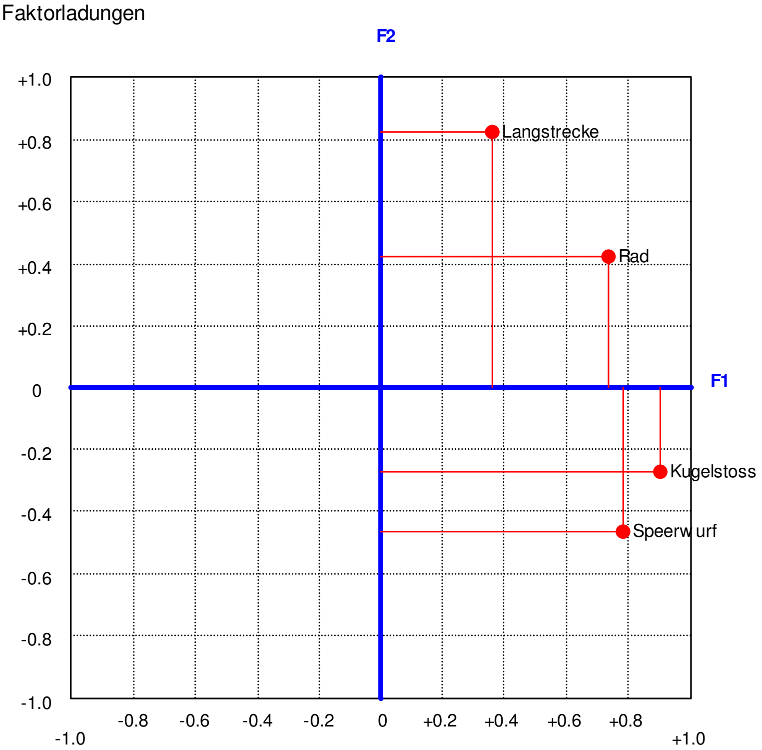
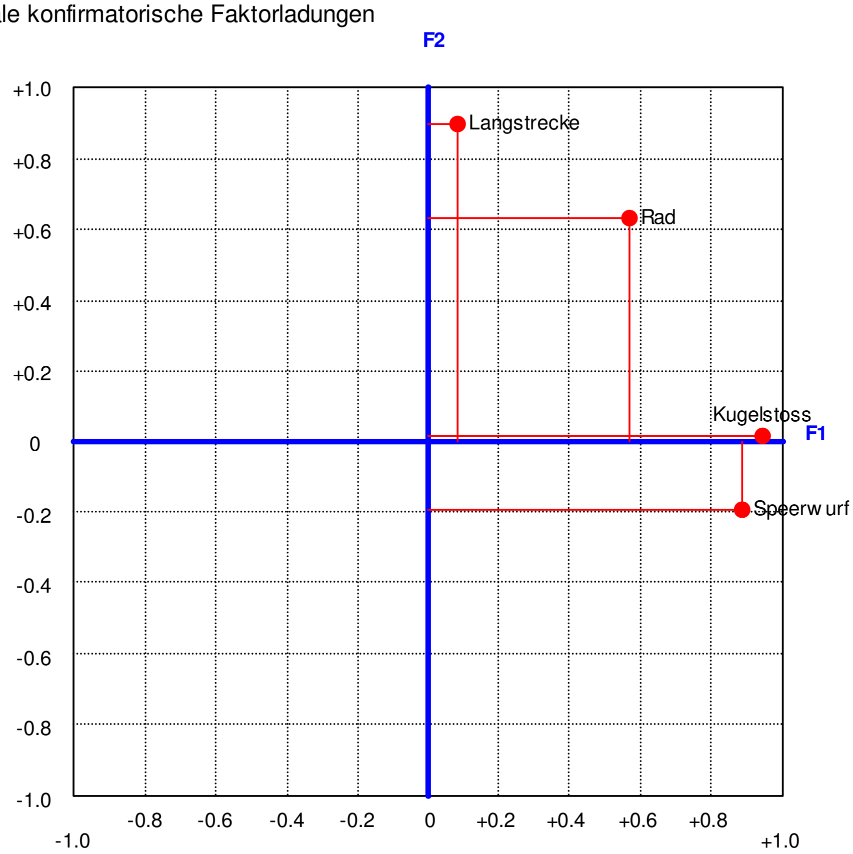


Diagramm der orthogonalen konfirmatorischen Faktorladungsmatrix

orthogonale konfirmatorische Faktorladungen



Die Transformationsmatrix **T** für die orthogonale Rotation der empirischen Faktorladungsmatrix an die Zielmatrix ist

T

	Faktor 1	Faktor 2
Faktor 1	0.950667	0.310213
Faktor 2	-0.310213	0.950667

Die Matrix T ' * T muss eine Einheitsmatrix ergeben. Das ist auch der Fall

T' * T

	Faktor 1	Faktor 2
Faktor 1	1.0	0
Faktor 2	0	1.0

Dadurch ist bewiesen, dass die Transformationmatrix orthogonal ist bzw. eine orthogonale Rotation bewirkt.

Die Differenzmatrix **E = Z - A*T** ist

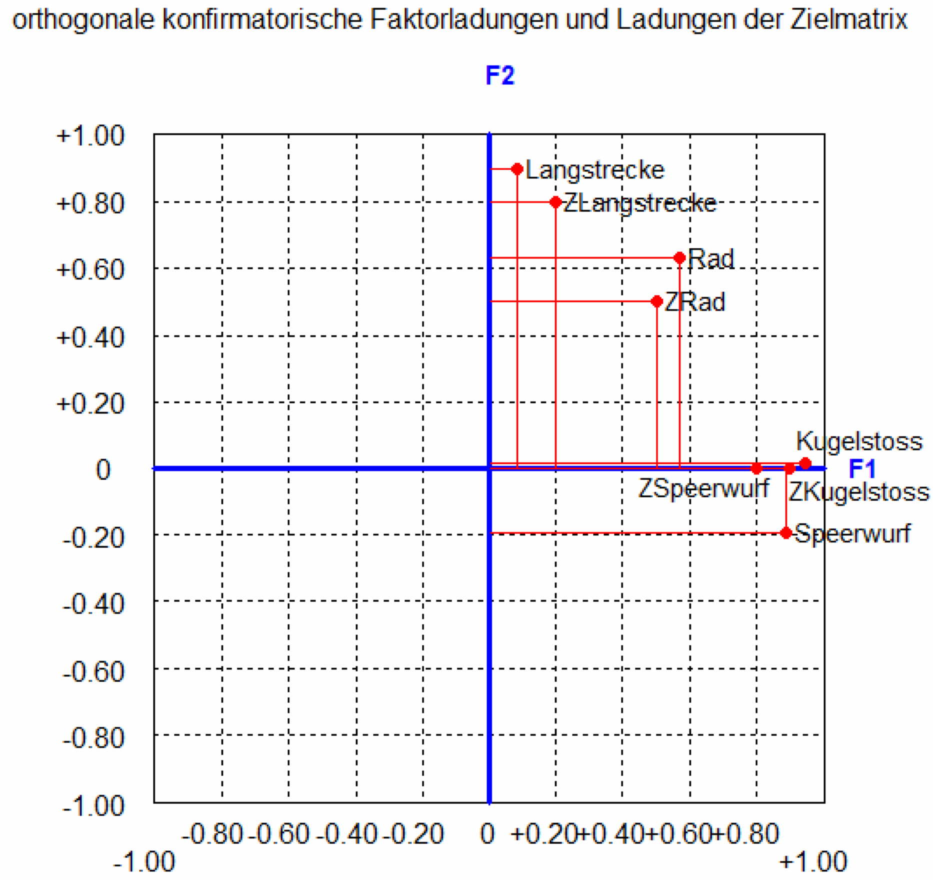
E		diag(**E*E'**)
-0.0702	-0.1325	0.0225
0.1121	-0.0989	0.0223
-0.0467	-0.0194	0.0026
-0.0895	0.1975	0.0470

```
Spur(E*E') 0.0944
```

Die 3. Spalte enthält die Diagonalglieder der Matrix **E*E'**. Man erhält sie sehr einfach durch Quadrieren und Addieren über die 2 Spalten von **E**

Die obige 1 Bedingung sagt nun aus, dass die konfirmatorische Faktorladungsmatrix so gewählt wurde, dass die Spur(**E*E'**) ein Minimum ist.

Das kann grafisch veranschaulicht werden. Wir fügen in das oben abgebildete "Diagramm der orthogonalen konfirmatorischen Faktorladungsmatrix" die 4 Punkte für die Zielmatrix Z ein.



Den Variablen in der Zielmatrix haben wir den Namen der jeweils entsprechenden Variablen aus der Faktorladungsmatrix gegeben und den Buchstaben "Z" davor gesetzt. "ZLangstrecke" ist also die Zielmatrix-Variable zu "Langstrecke" aus der Faktorladungsmatrix. Wenn wir die Distanzen zwischen den einander entsprechenden Ladungen aus Ziel- und Faktorladungsmatrix berechnen, quadrieren und summieren, dann erhalten wir die oben angegebene Spur von 0.0944.
Die Formel für die quadrierte euklidische Distanz lautet:

```
dq=(x1-x2)*(x1-x2)+(y1-y2)*(y1-y2)
```

wobei

```
x1,x2=Koordinaten der zwei Ladungspunkte auf Faktor 1
y1,y2=Koordinaten der zwei Ladungspunkte auf Faktor 2
```

Die quadrierte euklidische Distanz dq zwischen beispielsweise dem Punkte-Paar "Rad" und

"ZRad" ist

```
dq = (0.5000-0.5702)* (0.5000-0.5702) + (0.5000-0.6325)* (0.5000-0.6325)
   =        -0.0702*-0.0702           +        -0.1325*-0.1325
   =  0.0225
```

Dies ist das 1. Glied aus dem oben berechneten `diag(E*E')`. In unserem Beispiel haben wir 4 Punktepaare. Die Summe ihrer quadrierten Distanzen ist ein Minimum. Unter Beibehaltung der Punktekonfiguration gibt es keine andere Position, in welche die nicht-rotierte orthogonale Faktorladungsmatrix zur "konfirmatorischen Ladungsmatrix" an die Zielmatrix "heran rotiert" werden kann, bei der eine noch kleinere Spur entstehen würde. Ob die beiden "Punktewolken" aus der nicht-rotierten und der konfirmatorischen Faktorladungsmatrix dieselbe Konfiguration besitzen, prüfen wir, indem wir für die beiden die Distanzmatrix und die reproduzierte Korrelationsmatrix berechnen. Wir werden das im nächsten Abschnitt zeigen.

Wir gelangen so zu dieser geometrischen Interpretation:

> Die nicht-rotierte orthogonale Faktorladungsmatrix wird so an die Zielmatrix "heran rotiert", dass eine "konfirmatorische" Faktorladungsmatrix entsteht, bei der die Summe der quadrierten euklidischen Distanzen aus den Paaren der einander entsprechenden Ladungen aus der konfirmatorischen und der Ziel-Matrix ein Minimum wird.

P30.5.1.1 Die orthogonale konfirmatorische Faktorenanalyse ist eine orthogonale Rotation

Die obige konfirmatorische Faktorladungsmatrix **B** besitzt zwar andere Werte als die empirische Faktorladungsmatrix **A**. Die Variablen-Konfiguration in beiden Matrizen ist jedoch dieselbe - wie aus obigen Grafiken und wie an folgenden 2 Zwischenergebnissen ersichtlich wird:

(1) Die euklidischen Distanzen zwischen den Variablen (grafisch: zwischen den Punkten) sind in beiden Matrizen gleich.
(2) Die reproduzierten Korrelationsmatrizen **A*A'** aus der empirischen Faktorladungsmatrix und **B*B'** aus der konfirmatorischen Faktorladungsmatrix sind identisch.

In der Programm-Maske Prog30m8 können über die Optionsbox "weitere Optionen" diese Zwischenergebnisse angefordert werden. Der Benutzer muss dazu bei "Distanzmatrix ermitteln" und bei "Zwischenergebnisse" eine "1" einsetzen.

Matrix der euklidischen Distanzen zwischen den Variablen
in der empirischen Faktorladungsmatrix **A** und
in der konfirmatorischen Faktorladungsmatrix **B**

	Rad V1	Langstre V2	Kugelsto V3	Speerwur V4
Rad V1	0	0.5510	0.7195	0.8893
Langstrecke V2	0.5510	0	1.2293	1.3582
Kugelstoss V3	0.7195	1.2293	0	0.2243
Speerwurf V4	0.8893	1.3582	0.2243	0

Matrix der reproduzierten Korrelationen (Diagonale=Kommunalitäten)
aus der empirischen Faktorladungsmatrix **A** und
aus der konfirmatorischen Faktorladungsmatrix **B**

	Rad V1	Langstre V2	Kugelsto V3	Speerwur V4
Rad V1	0.7252	0.6186	0.5521	0.3823
Langstrecke V2	0.6186	0.8157	0.1006	-0.0994
Kugelstoss V3	0.5521	0.1006	0.8966	0.8383
Speerwurf V4	0.3823	-0.0994	0.8383	0.8302

Dies gilt auch für den (noch darzustellenden) Fall der schiefwinkligen konfirmatorischen Faktorenanalyse. Es gilt also:

> die konfirmatorische Faktorenanalyse ist eine Form
> der Rotation einer empirischen Ausgangsmatrix

Diese Formulierung darf nicht als Einschränkung gesehen werden – aus folgendem Grund:

Der mathematische Eigenwert-Eigenvektor-Kalkül, welcher der Faktorenanalyse zu Grunde liegt, liefert eine bestimmte Konfiguration von Faktorladungen - grafisch interpretiert - eine "Punktewolke" von Variablenpunkten in einem f-dimensionalen Raum. Dabei folgt der Kalkül einem bestimmten mathematischen Maximierungs-Kriterium (siehe dazu Handbuch P30 Faktorenanalyse, Abschnitt P30.1.2, S.7).

Die "Punktewolke" kann im Raum beliebig rotiert werden, ohne dabei die Konfiguration selbst zu ändern. Die euklidischen Distanzen zwischen den Punkten bleiben erhalten und die reproduzierten Korrelationen bleiben dieselben.

So versuchen die klassischen recht- und schiefwinkligen Rotationsverfahren der Faktorenanalyse, Rotationslösungen zu erzeugen, die eine dem konkreten Forschungsobjekt angemessene Interpretation erlauben.

Nun ist es naheliegend und sinnvoll, eine Rotation so zu legen, dass sie einer Theorie über das Forschungsobjekt optimal entspricht. Dies leistet die konfirmatorische Faktorenanalyse, indem sie die "mathematisch" gewonnene Faktorladungsmatrix nach dem Kleinsten-Quadrate-Kriterium an die theoretische Faktorladungsmatrix (die Zielmatrix) "heranrotiert".

In diesem Sinne ist die konfirmatorische Faktorenanalyse "konfirmatorisch".
Es wäre vielleicht gut, die konfirmatorische Faktorenanalyse als "konfirmatorisches Rotationsverfahren" zu bezeichen.

Eine Warnung sollte hier jedoch ausgesprochen werden: Wenn keine annehmbar belegte Theorie vorhanden ist, ist es besser, sich einem der üblichen schiefwinkligen Rotationsverfahren (beispielsweise dem Quartimin-Verfahren) anzuvertrauen.

Eine Fülle von Beispielen für sinnvoll angewendete konfirmatorische Faktorenanalysen bringt Tarnai (1977, 1978a, 1978b).

P30.5.2 Der Kalkül der orthogonalen konfirmatorischen Faktorenanalyse

Wir übernehmen die Darstellung und Notation von Tarnai (1978). Siehe die Notation oben

Die empirische Faktorladungsmatrix **A** wird durch Multiplikation mit der Transformationsmatrix **T** zur konfirmatorische Faktorladungsmatrix **B**.

(1) **B = A * T**

Die Transformationsmatrix **T** wird in folgenden 3 Schritten gewonnen

1. Es wird die Matrix

(2) **M = Z' * A * A' * Z**

gebildet.
m = Zahl der Variablen
f = Zahl der Eigenwerte (=Faktoren)
A = orthogonale empirische Faktorladungsmatrix (m Zeilen, f Spalten)
A'= Transponierte von **A**
Z = orthogonale Zielmatrix (m Zeilen, f Spalten)
Z' = Transponierte von **Z**
M ist eine symmetrische f*f Matrix.

Für unser Beispiel erhalten wir

```
Matrix M
3.6095   1.0313
1.0313   1.1982
```

2. Sie wird in ihre Eigenwerte **D** und Eigenvektoren **V** zerlegt:

(3) **M = V * D * V'**

D = Diagonalmatrix der Eigenwerte von **M** (mit f Zeilen und f Spalten)
V = Matrix der Eigenvektoren von **M** (mit f Zeilen und Spalten, nicht-symmetrisch)
V'= Transponierte von **V**
f = Zahl der Eigenwerte (=Faktoren)

Für unser Beispiel erhalten wir

Eigenvektoren **V**

```
0.9381  -0.3465
0.3465   0.9381
```

Diagonalmatrix der Eigenwerte D

```
3.9904  0
0       0.8173
```

Je nach dem für die Zerlegung verwendeten Algorithmus kann es in der Matrix der Eigenvektoren spaltenweise Vorzeichen-Umkehrungen (Spiegelungen) geben

3. Die Transformationsmatrix **T** (mit f Zeilen und Spalten, nicht-symmetrisch) ist dann

(4) **T = A' * Z * V * D# * V'**

wobei **D#** eine Diagonalmatrix ist mit 1/sqrt(d) in den Diagonalgliedern
d = Diagonalglieder von **D**
sqrt(...) = Wurzel aus...

Für unser Beispiel erhalten wir

Transformationsmatrix fuer orthogonale Rotation
der empirischen orthogonalen Faktorladungsmatrix an orthogonale Zielmatrix

		Ziel-Faktoren	
		Z1	Z2
Faktoren der empirischen Faktorladungsmatrix	F1	0.9507	0.3102
	F2	-0.3102	0.9507

Die Werte in dieser Matrix sind der Cosinus des Rotationswinkels
Wird der Arcuscosinus dieser Werte errechnet, dann erhält man den Winkel.

Winkel zwischen orthogonalen Ausgangs-Koordinatenachsen
und orthogonalen Koordinatenachsen der Zielmatrix

		Ziel-Achsen	
		Z1	Z2
Ausgangs-Achsen	F1	18.0720	71.9280
	F2	108.0720	18.0720

Die Ausgangs-Achse **F1** ist um 18.072 Grad von der Zielachse **Z1** getrennt.
Ebenso die Achse **F2** von **Z2**.

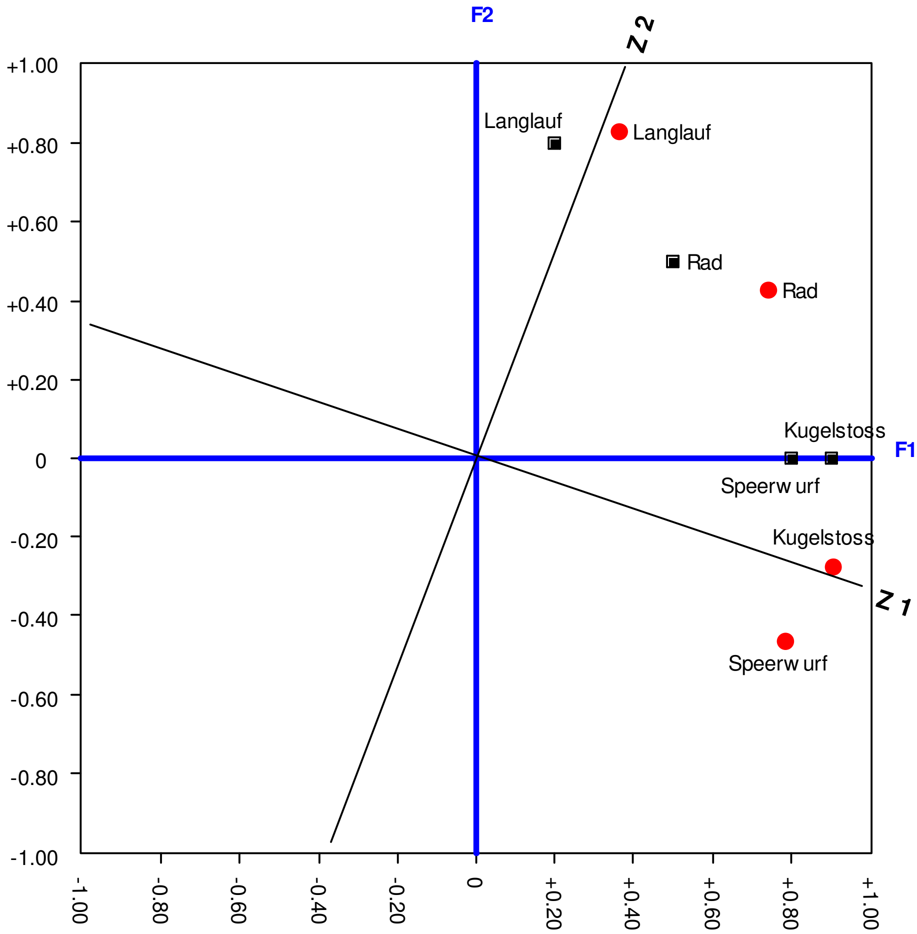
F2 von **Z1** = 90 + 18.072 = 108.072
F1 von **Z2** = 90 - 18.072 = 71.928

Das bedeutet, dass das Ausgangs-Koordinatensystem um 18.072 Grad rotiert wird – wodurch dann die 4 Variablen ihre neuen Koordinatenwerte d.h. ihre konfirmatorischen

Faktorladungen erhalten, so wie sie oben in der Matrix (nach Gleichung 2) angegeben sind und wie sie grafisch im darauffolgenden Diagramm der orthogonalen konfirmatorischen Faktorladungen abgebildet sind. Die Achsen F1 und F2 sind identisch mit den Achsen Z1 und Z2 in der folgenden Grafik

Grafisch dargestellt:

empirische Faktorladungen (rote Punkte) und
Ladungen der Zielmatrix (schwarze Quadrate)



4. Nachdem dann gemäß obiger Gleichung (1) die Matrix **B** der orthogonalen konfirmatorische Faktorladungsmatrix gebildet wurde, wird noch die Ähnlichkeit der Matrix **B** mit der Zielmatrix ermittelt - gemäß der Formel

(5) G = spur(**B'*Z**) / sqrt(spur(**A'*A**) * spur(**Z'*Z**))

G =Ähnlichkeitskoeffizient nach Gebhardt

A =empirische orthogonale Faktorladungsmatrix
A' =**A** transponiert
B' =transponierte orthogonale konfirmat.Faktorladg.matrix
Z =orthogonaler Zielmatrix
Z' =**Z** transponiert
sqrt(...) = Wurzel aus...

Der Ähnlichkeitskoeffizient bewegt sich zwischen 0 (keine Ähnlichkeit) und 1 (vollständige Ähnlichkeit). Er wurde von Gebhardt entwickelt (1967, DRZ Darmstadt). Siehe auch die ausführliche Darstellung auch weiterer Ähnlichkeitskoeffizienten bei Ch. Tarnai (1977, siehe oben).

Ein Signifikanztest für den Ähnlichkeitskoeffizienten G existiert nicht.

Für unser Beispiel erhalten wir G = 0.989797, also ein sehr hohes Maß an Ähnlichkeit

P30.5.3 Schiefwinklige konfirmatorische Faktorenanalyse

Wir betrachten wieder dasselbe Beispiel mit den 4 sportlichen Leistungen – unterstellen jedoch, dass die beiden Faktoren "Kraft" und "Ausdauer" mit 0.3 schwach miteinander korrelieren. Almo liefert in diesem Falle zuerst die (oben angegebene) orthogonale Faktorladungsmatrix. Danach wird schiefwinklig (nach dem Quartimin-Verfahren) rotiert. Der Benutzer muss eine schiefwinklige Zielmatrix **W** vorgeben und er muss festlegen wie die Faktoren in der Zielmatrix und der zu errechnenden konfirmatorischen Faktorladungsmatrix korrelieren sollen.

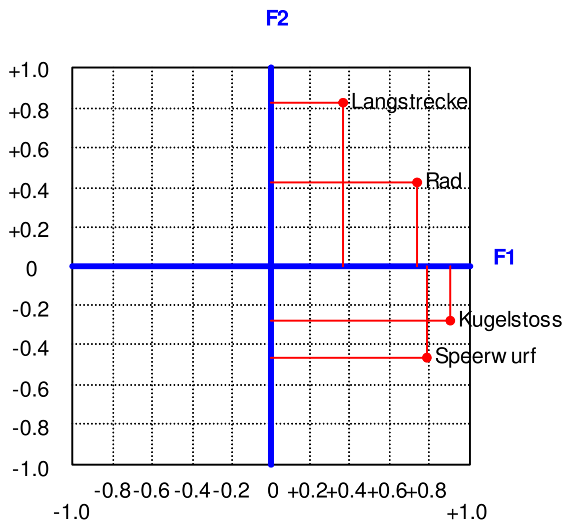
Almo liefert aus Prog30m8 folgendes Ergebnis (gekürzt)

Wir verwenden folgende Notation
A = orthogonale empirische Faktorladungsmatrix
K = dies ist die Matrix der auf die schiefwinkligen Achsen achsparallel projizierten Faktorladungen
W = vom Benutzer vorgegebene schiefwinklige Zielmatrix mit achsparallel projizierten Faktorladungen
Bs =schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungsmatrix mit achsparallel projizierten Faktorladungen
R = vom Benutzer vorgegebene Faktoren-Korrelation für Zielmatrix **W** und konfirmatorische Faktorladungsmatrix **Bs**.
Die Faktoren-Korrelation in der empirischen schiefwinkligen Faktorladungsmatrix **K** sind andere, im Beispiel: 0.2651

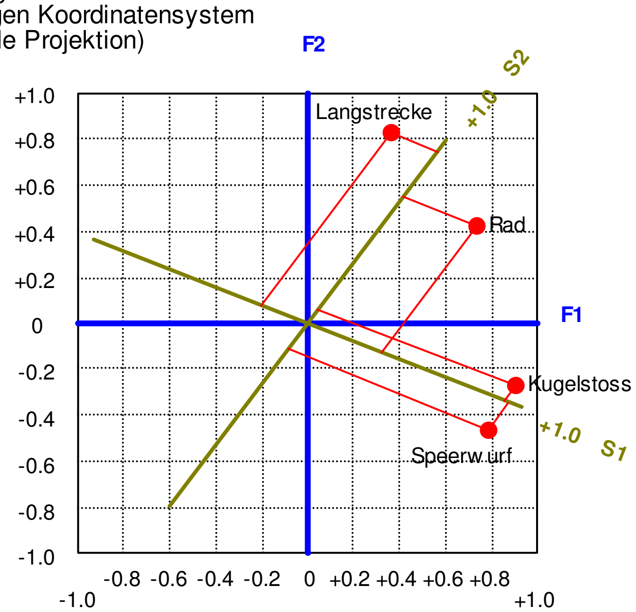
		A orthogonale empirische F.lad.mat		**K** schiefwinklige empirische F.lad.mat	
		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	0.7383	0.4244	0.3451	0.6924

Langstrecke V2	0.3624	0.8273	-0.2179	0.9361
Kugelstoss V3	0.9060	-0.2753	0.9216	0.0828
Speerwurf V4	0.7843	-0.4637	0.9388	-0.1454

Diagramm der othogonalen empirischen Faktorladungsmatrix
Faktorladungen



Faktorladungen im recht- und
schiefwinkligen Koordinatensystem
(achsparallele Projektion)



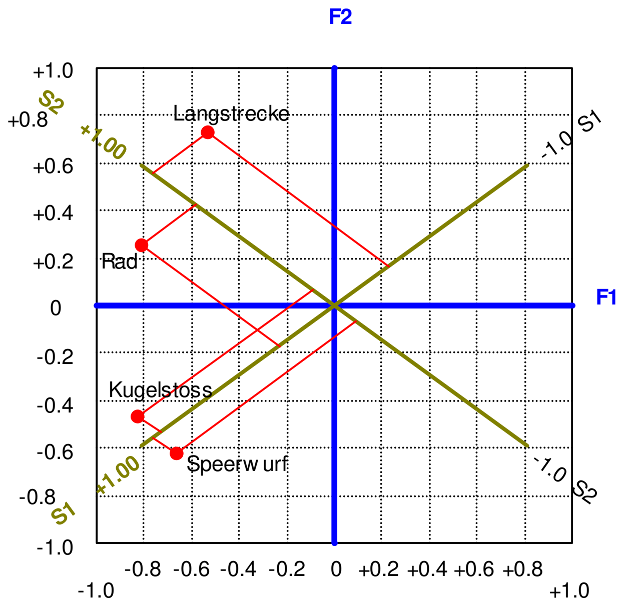
	W schiefwinklige Zielmatrix		Bs schiefwinklige konfirmat. F.lad.mat	
	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 1	Faktor 2
Rad V1	0.3000	0.7000	0.2897	0.7186
Langstrecke V2	-0.3000	0.9000	-0.2849	0.9468
Kugelstoss V3	1.0000	0	0.9049	0.1178
Speerwurf V4	0.9000	0	0.9389	-0.1144

vorgegebene Faktoren-Korrelation

	Faktor 1	Faktor 2
Faktor 1	1.0	0.3
Faktor 2	0.3	1.0

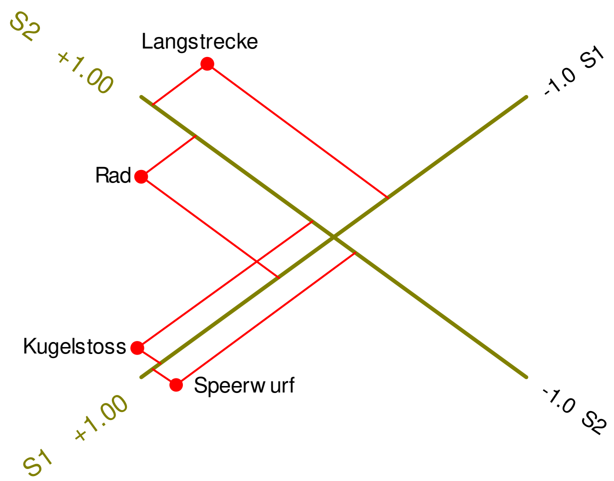
Diagramm der schiefwinkligen konfirmatorischen Faktorladungsmatrix

schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungen



Auffällig ist, dass in der obigen Grafik die schiefwinkligen Achsen um die Koordinatenachse F2 gespiegelt sind - im Vergleich zum Diagramm der empirischen schiefwinkligen Achsen in der Grafik darüber. Dabei ist zu berücksichtigen, dass in obiger Grafik die schiefwinkligen Achsen S1 und S2 mit ihrem positiven Ast nach links gerichtet sind. Das ist durch den im Kalkül der schiefwinkligen konfirmatorischen Faktorenanalyse verwendeten Eigenwert-Eigenvektor Algorithmus bedingt. Im Almo-Grafik-Editor ist es deswegen empfehlenswert, das irritierende F1-F2-Koordinatensystem mit der nur auf dieses bezogene Bemaßung auszuschalten. Das geschieht sehr einfach durch Klick auf den Knopf "Wände da/weg" und "Achse F1-F2" in der rechten Leiste. Es entsteht dann folgendes Diagramm

schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungen



P30.5.4 Der Kalkül der schiefwinkligen konfirmatorischen Faktorenanalyse

Die schiefwinklige Zielmatrix **Z** wird zuerst in eine orthogonale Zielmatrix transformiert. Danach läuft der Kalkül zunächst so wie oben für den orthogonalen Fall beschrieben.

1. Die vorgegebene Matrix der Faktoren-Korrelationen wird in ihre Eigenwerte **L** und Eigenvektoren **Q** zerlegt:

(6) **R = Q * L * Q'**

m = Zahl der Variablen
f = Zahl der Eigenwerte (=Faktoren)
L = Diagonalmatrix der Eigenwerte von **R** (mit f Zeilen und f Spalten)
Q = Matrix der Eigenvektoren von R (mit f Zeilen und Spalten, nicht-symmetrisch)
Q' = Transponierte von **Q**

Für unser Beispiel erhalten wir

```
Eigenvektoren Q
-0.7071  -0.7071
-0.7071   0.7071

Diagonalmatrix der Eigenwerte L
1.3000   0
0        0.7000
```

Je nach dem für die Zerlegung verwendeten Algorithmus kann es in der Matrix der Eigenvektoren spaltenweise Vorzeichen-Umkehrungen (Spiegelungen) geben

2. Aus (6) wird gebildet: **R = Q * L * Q' = O * O'**
wobei

(7) **O = Q * L!**

wobei **L!** eine Diagonalmatrix ist mit sqrt(d) in den Diagonalgliedern
d = Diagonalglieder von **L**
sqrt= Wurzel aus...

O = dies ist die Transformationsmatrix, welche die schiefwinklige Zielmatrix orthogonalisiert, d.h. in eine orthogonale Zielmatrix überführt

3. Die orthogonalisierte Zielmatrix **Z** ist dann

(8) **Z = W * O**

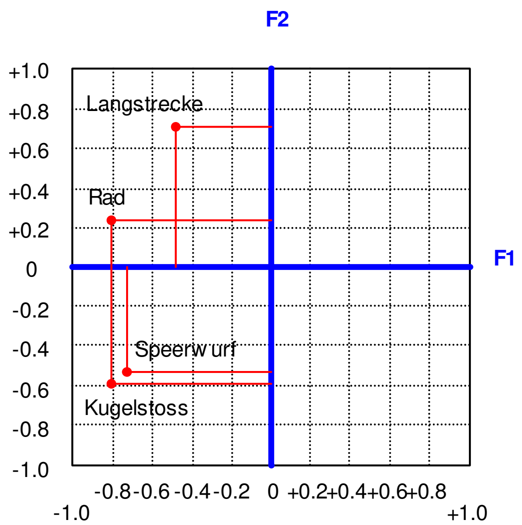
Für unser Beispiel erhalten wir:

```
Orthogonalisierte Zielmatrix
```

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	-0.8062	0.2366
Langstrecke	V2	-0.4837	0.7099
Kugelstoss	V3	-0.8062	-0.5916
Speerwurf	V4	-0.7256	-0.5324

Diagramm der orthogonalisierten Zielmatrix

orthogonalisierte Zielmatrix



Auffällig ist, dass die Ladungen des 1. Faktors (wie auch die Werte des1. Eigenvektors) alle negativ sind. Sie sind gespiegelt. Das hängt vom verwendeten Eigenvektor-Eigenwert-Algorithmus ab. In unserem Beispiel wurde der "QR-Algorithmus" verwendet. In Almo könnte auch der langsamere Kalkül nach von Mises verwendet werden. Wird er verwendet, dann werden beide Faktoren in ihrem Vorzeichen umgekehrt. Auf die schlussendliche schiefwinklige konfirmatorische Matrix haben diese Spiegelungen keine Auswirkung.

4. Der Kalkül läuft nun so weiter wie oben beim orthogonalen Fall in den Punkten 1. bis 3. mit den Gleichungen (2) bis (5) beschrieben. Also:

(9) **M = Z' * A * A * Z**
(10) **M = V * D * V'**
(11) **S = A' * Z * V * D# * V'** (oben in Gleichung 4 wurde **S** mit **T** bezeichnet)

S = das ist nunmehr die f*f Transformationsmatrix, welche die empirische orthogonale Faktorladungsmatrix **A** an die orthogonalisierte Zielmatrix **Z** "heranrotiert".

5. Die (zunächst noch orthogonale) konfirmatorische Faktorladungsmatrix **Bo** ist dann

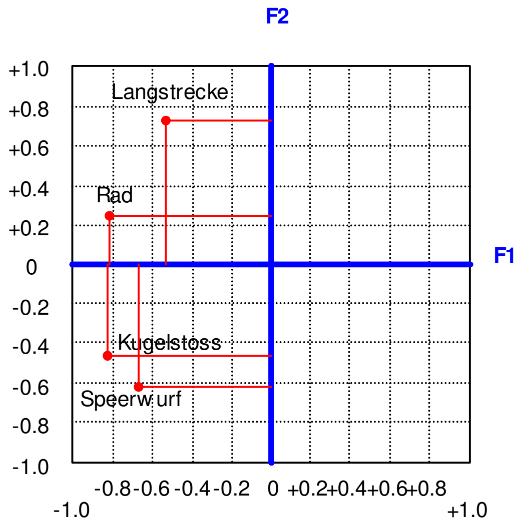
(12) **Bo = A * S**

Für unser Beispiel erhalten wir:

```
orthogonale konfirmatorische Faktorladungsmielmatrix (=Orthogonale empirische
Faktorladungsmatrix "heranrotiert" an orthogonalisierte Zielmatrix)
```

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	-0.8129	0.2537
Langstrecke	V2	-0.5336	0.7287
Kugelstoss	V3	-0.8245	-0.4657
Speerwurf	V4	-0.6648	-0.6231

orthogonale konfirmatorische Faktorladungen



6. Nun kann noch ermittelt werden, wie groß die Ähnlichkeit zwischen der orthogonalisierten Zielmatrix (aus Punkt 3) und der orthogonale konfirmatorische Faktorladungsmielmatrix ist. Gerechnet wird der in Gleichung (5) angegeben Ähnlichkeitskoeffizient G nach Gebhardt.

G = 0.995204

Dieser Wert darf auf den schiefwinkligen Fall verallgemeinert werden. D.h. es darf ausgesagt werden, dass die (nachfolgend in Gleichung (13) bestimmte) schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungsmatrix **Bs** mit der schiefwinkligen Zielmatrix mit G=0.995204 ähnlich ist.

7. Die Matrix **Bo** muss jetzt noch schiefwinklig rotiert werden. Die dazu nötige Transformationsmatrix **T** ist dann

(12) **T = L# * S**

wobei **L#** eine Diagonalmatrix ist mit 1/sqrt(d) in den Diagonalgliedern
d = Diagonalglieder von **L** (siehe Gleichung 6 und 7)
sqrt= Wurzel aus...
S = siehe Gleichung (11)

8. Die gesuchte schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungsmatrix **Bs** (mit achsparallel projizierten Faktorladungen) ist

(13) **Bs = Bo * T**

Ihre Werte und die Grafik sind bereits oben angegeben worden.

9. Die schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungsmatrix **Bu** (mit rechtwinklig projizierten Faktorladungen) ergibt sich aus der Multiplikation von **Bs** mit der Korrelationsmatrix der Faktoren **R**

(14) **Bu = Bs * R**

P30.5.5 Eingabe in Almo

Der Benutzer klickt auf den Knopf "Verfahren" und wählt dann "Faktorenanalyse aus. Zwei Programme stehen dann zur Auswahl:

Prog30m8 Konfirmatorische Faktorenanalyse
Prog30m9 Konfirmatorische Faktorenanalyse mit Eingabe einer fertigen Ladungsmatrix

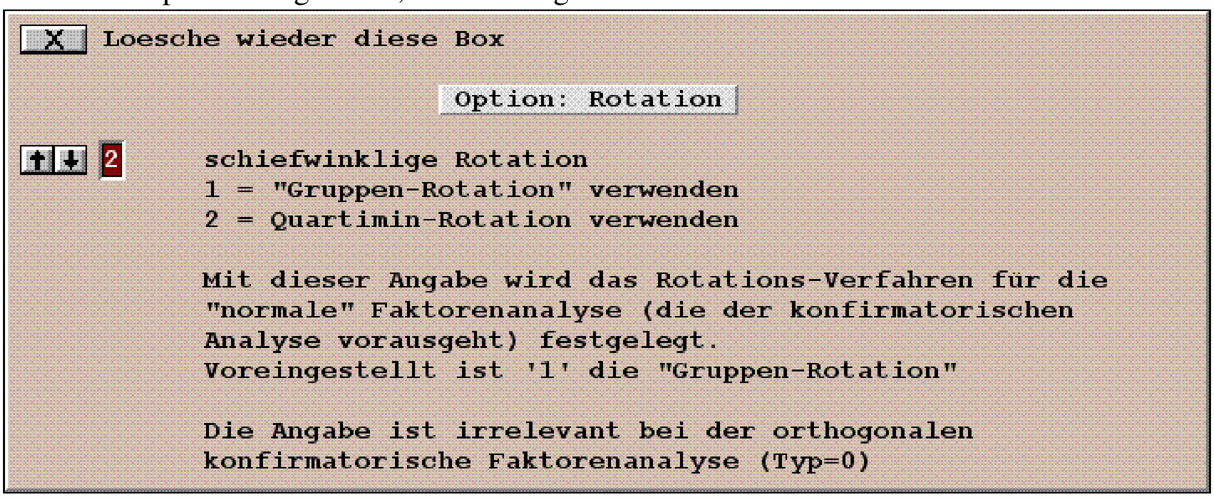
Bei Prog30m8 muss der Benutzer eine Zielmatrix und (je nach Typ) eine Matrix der Faktor-Interkorrelationen in ein eigens zu diesem Zweck erzeugtes Fenster schreiben und dann in eine Datei speichern. Das Programm liest dann Daten von Untersuchungseinheiten ein, rechnet eine "normale" Faktorenanalyse und im Anschluss in einem Rechengang die konfirmatorische Analys.

Bei Prog38m9 schreibt der Benutzer eine Faktorladungsmatrix, die durch eine vorhergehende Faktorenanalyse erzeugt wurde, sowie eine Zielmatrix und (je nach Typ) eine Materix der Faktor-Interkorrelationen in ein eigens zu diesem Zweck erzeugtes Fenster und speichert dieses dann in eine Datei. Das Programm rechnet dann eine konfirmatorische Faktorenanalys.

P30.5.6 Eingabe in Prog30m8

Die Programm-Maske stimmt in den ersten 14 Dialogboxen mit dem Programm für die „normale“ Faktorenanalyse Prog30m2 überein. Siehe dazu
das Handbuch "P30 Faktorenanalyse", Abschnitt P30.3.1. Darauf folgen diese Boxen

Wird diese Optionsbox geöffnet, dann ist folgendes zu sehen



Mit dieser Angabe wird das Rotations-Verfahren für die "normale" Faktorenanalyse (die der konfirmatorischen Analyse vorausgeht) festgelegt. Siehe dazu Handbuch P30:Faktorenanalyse, Abschnitt P30.1.9 und P30.3.6

1 = das Verfahren der "Gruppen-Rotation" verwenden (dies ist voreingestellt)
2 = die Quartimin-Rotation verwenden

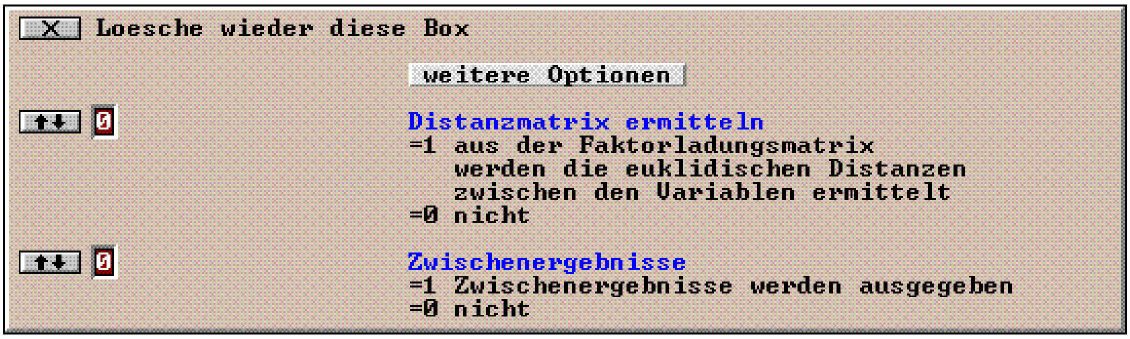
Die Angabe ist irrelevant bei der orthogonalen konfirmatorische Faktorenanalyse (Typ=0)

Bei der schiefwinkligen konfirmatorischen Faktorenanalyse, bei der vom Benutzer auch eine Interkorrelationsmatrix der Faktoren vorgegeben wird (Typ=1 der konfirmatorischen Analyse) ist die als Ergebnis entstehende schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungsmatrix dieselbe – egal ob die Gruppenrotation oder das Quartimin-Verfahren oder ein sonstiges schiefwinkliges Rotations-Verfahren verwendet wird. Das ist etwas überraschend, aber leicht zu erklären.

Die schiefwinklige Zielmatrix wird orthogonalisiert. Danach wird die *orthogonale* empirische Faktorladungsmatrix an die orthogonalisierte Zielmatrix heranrotiert und dann schiefwinklig transformiert. In den Formeln zur schiefwinkligen konfirmatorischen Analyse in Abschnitt P30.5.4 tritt die Matrix **K** der schiefwinkligen empirischen Faktorladungen nicht auf.

Weiter Optionen

Wird diese Optionsbox geöffnet, dann ist folgendes zu sehen

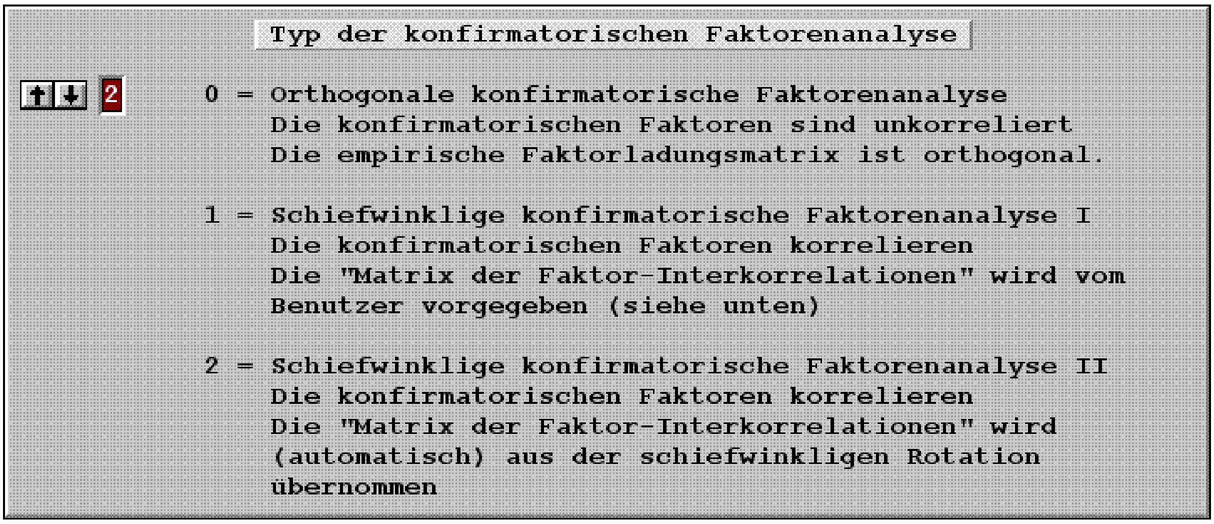


1. Eingabefeld: Wird '1' eingegeben, dann werden für die empirische und die konfirmatorische Faktorladungsmatrix die räumlichen, euklidischen Distanzen zwischen den Variablenpunkten ermittelt und ausgegeben. Wie oben ausgeführt wurde, sind sie in beiden Matrizen gleich, da die konfirmatorische Faktorenanalyse eine Form der Rotation ist.

2. Eingabefeld: Wird '1' eingegeben, dann wird eine Fülle von Zwischenergebnissen ausgegeben.

Die Zahl der Faktoren muss festgelegt werden.

Der Typ der konfirmatorischen Analyse muss angegeben werden



0= Orthogonale konfirmatorische Faktorenanalyse.Die konfirmatorischen Faktoren sind unkorreliert. Die empirische Faktorladungsmatrix ist orthogonal

1 = Schiefwinklige konfirmatorische Faktorenanalyse I
Die konfirmatorischen Faktoren korrelieren. Die "Matrix der Faktor-Interkorrelationen" wird vom Benutzer vorgegeben

2 = Schiefwinklige konfirmatorische Faktorenanalyse II
Die konfirmatorischen Faktoren korrelieren. Die "Matrix der Faktor-Interkorrelationen" wird (automatisch) aus der schiefwinkligen Rotation der „normalen“ Faktorenanalyse übernommen

Datei für die Zielmatrix benennen

Es muss der volle Pfad- und Dateiname jener Datei angegeben werden, in die der Benutzer die Zielmatrix geschrieben hat.

Der Benutzer muss die Zielmatrix und (je nach Typ) die Faktoren-Interkorrelations-Matrix in eine (gemeinsame) Datei geben. Dazu erzeugt er ein neues Fenster über das Menü "Datei / Neue Datei anlegen", in das er diese Matrizen schreibt und dann speichert.

Die Zielmatrix muss vom Benutzer vorgegeben werden.
Prinzipiell gilt: Die Zielmatrix muss dieselbe Strukur haben, wie die empirische Faktorladungsmatrix, für die eine "konfirmatorische Faktorladungsmatrix" gesucht wird. D.h. sie richtet sich danach, welcher "Typ der konfirmatorischen Faktorenanalyse" vom Benutzer festgelegt wird.

Zielmatrix bei Typ=0 (orthgonale konfirmatorische Faktorenanalyse)
Die empirische Faktorladungsmatrix ist orthogonal. Gesucht wird die orthogonale konfirmatorische Faktorladungsmatrix. Die Zielmatrix muss orthogonal konstruiert werden. D.h. die vorgegebenen Ladungen sind Projektionen auf orthogonale Achsen (Faktoren).

Beispiel für eine orthogonale Zielmatrix für 4 Variable und 2 Faktoren:

```
0.5    0.5
0.2    0.8
0.9    0
0.8    0
```

Zielmatrix u. Faktorkorrelations-Matrix bei Typ=1 (schiefwinklige konfirmatorische Analyse I)
Die empirische Faktorladungsmatrix ist aus einer schiefwinkligen Roatation hervorgegangen. Demzufolge muss auch die Zielmatrix schiefwinklig konstruiert werden. Die vorgegebenen Ladungen sind achsparallele Projektionen auf schiefwinklige Achsen (Faktoren).
Bei Typ=1 werden die Faktor-Interkorrelationen (grafisch der Cosinus des Winkels zwischen den Achsen) im Unterschied zum Typ=2 vom Benutzer vorgegeben.

Beispiel für eine schiefwinklige Zielmatrix für 4 Variable und 2 Faktoren und eine Faktoren-Interkorrelations-Matrix mit 2*2 Zeilen/Spalten

```
 0.3   0.7
-0.3   0.9    <------- Zielmatrix
 1.0   0.0
 0.9   0.0

 1.0   0.3    <------- Faktoren-Interkorrelations-Matrix
 0.3   1.0
```

Zielmatrix bei Typ=2 (schiefwinklige konfirmatorische Analyse II)
Die empirische Faktorladungsmatrix ist aus einer schiefwinkligen Rotation hervorgegangen. Demzufolge muss auch die Zielmatrix schiefwinklig konstruiert werden. Die vorgegebenen Ladungen sind achsparallele Projektionen auf schiefwinklige Achsen (Faktoren). Bei Typ=2 werden die Faktor-Interkorrelationen (grafisch dder Cosinus des Winkels zwischen den Achsen) automatisch aus der schiefwinkligen Rotation übernommen. Der Benutzer muss also diese Winkel kennen, damit er die schiefwinklige Zielmatrix richtig konstruieren kann. Er muss also zuvor eine Faktorenanalyse mit schiefwinkliger Rotation gerechnet haben.

Beispiel für eine schiefwinklige Zielmatrix für 4 Variable und 2 Faktoren:

```
 0.3   0.7
-0.3   0.9    <------- Zielmatrix
 1.0   0.0
 0.9   0.0
```

Bei allen 3 Typen ist es empfehlenswert für die Zielmatrix ein Koordinatensystem zu zeichnen, die Variablen als Punkte einzufügen und die Koordinaten der Punkte auf den Koordinatenachsen abzulesen. Bei Typ=1 und =2 müssen die Punkte achsparallel auf die schiefwinkligen Achsen projiziert werden.

Die zwei restlichen Boxen der Programm-Maske sind wieder identisch mit den im Handbuch "P30 Faktorenanalyse", Abschnitt P30.3.1. beschriebenen zwei letzten Boxen.

P30.5.7 Ergebnisse aus orthogonaler konfirmatorischer Faktorenanalyse

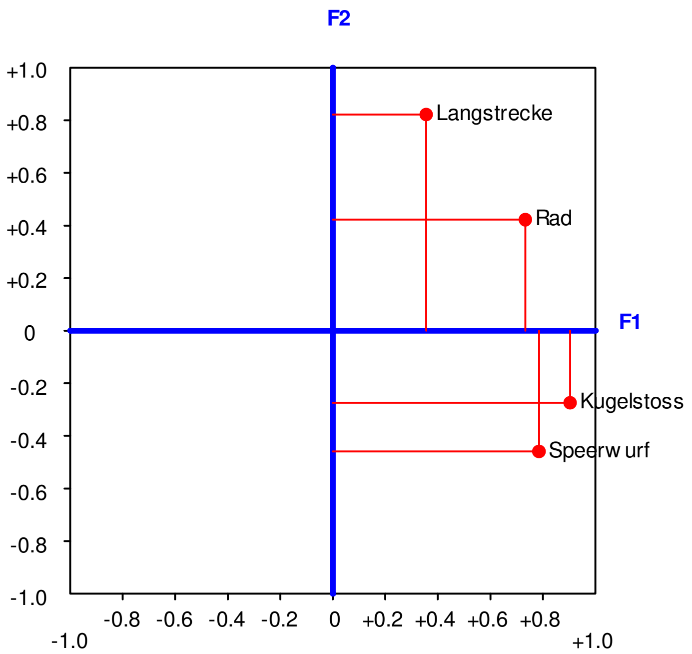
Der 1. Teil der Ausgabe aus Prog30m8 ist identisch mit der aus Prog30m1 oder Prog30m2. Siehe dazu Handbuch P30:Faktorenanalyse, Abschnitt P30.2.3. Hier wird nur die Matrix der ermittelten Faktorladungen wiedergegeben

```
empirische orthogonale Faktorladungen
```

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	0.7383	0.4244
Langstre	V2	0.3624	0.8273
Kugelsto	V3	0.9060	-0.2753
Speerwur	V4	0.7843	-0.4637

Grafisch dargestellt:

Faktorladungen



P30.5.8 Ergebnis aus rechtwinkliger konfirmatorischer Faktorenanalyse

```
Vorgegebene Zielmatrix
(Dies ist eine Matrix der auf die rechtwinkligen Achsen
projizierten Faktorladungen)
```

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	0.5000	0.5000
Langstre	V2	0.2000	0.8000
Kugelsto	V3	0.9000	0

Speerwur	V4	0.8000	0

Die Transformationsmatrix, welche die obige empirische orthogonale Faktorladungsmatrix an die Zielmatrix (nach dem "Kleinste-Quadrate-Kriterium) "heranrotiert" ist:

```
Transformationsmatrix fuer orthogonale Rotation
der empirischen orthogonalen Faktorladungsmatrix an orthogonale Zielmatrix
```

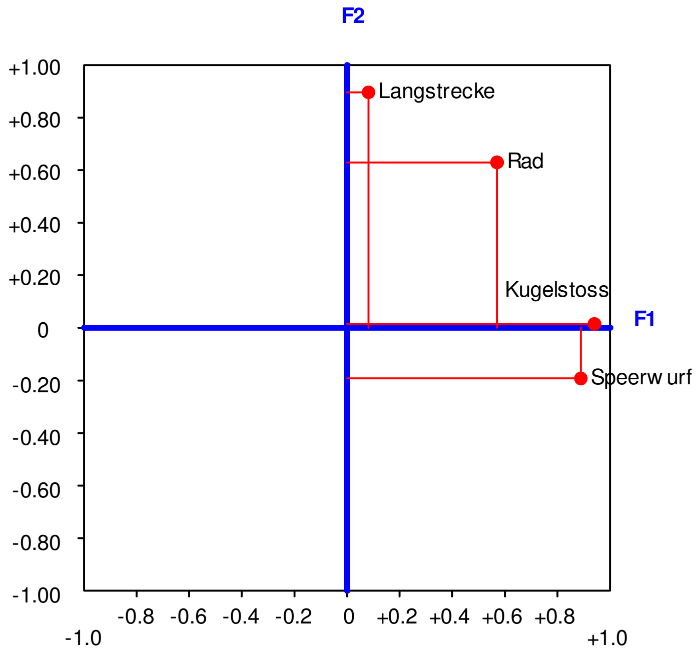
	Faktor 1	Faktor 2
Faktor 1	0.9507	0.3102
Faktor 2	-0.3102	0.9507

Als Ergebnis der Rotation wird schliesslich ausgegeben:

```
Matrix der orthogonalen konfirmatorischen Faktorladungen
```

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	0.5702	0.6325
Langstre	V2	0.0879	0.8989
Kugelsto	V3	0.9467	0.0194
Speerwur	V4	0.8895	-0.1975

Grafisch dargestellt:
orthogonale konfirmatorische Faktorladungen



Es ist sehr gut zu erkennen, dass die Punktekonfiguration aus der empirischen orthogonalen Faktorladungsmatrix unverändert ist. Sie ist lediglich im Koordinatensystem F1-F2 gedreht worden.

P30.5.9 Ergebnisse aus orthogonaler Analyse mit 3 Faktoren

Bei den zu faktorisierenden Variablen werden noch die 2 Sportarten Weitsprung und Kurzstrecke hinzugefügt
Als Faktorenzahl wird 3 angegeben.

Die Analysevariablen werden mitgeteilt

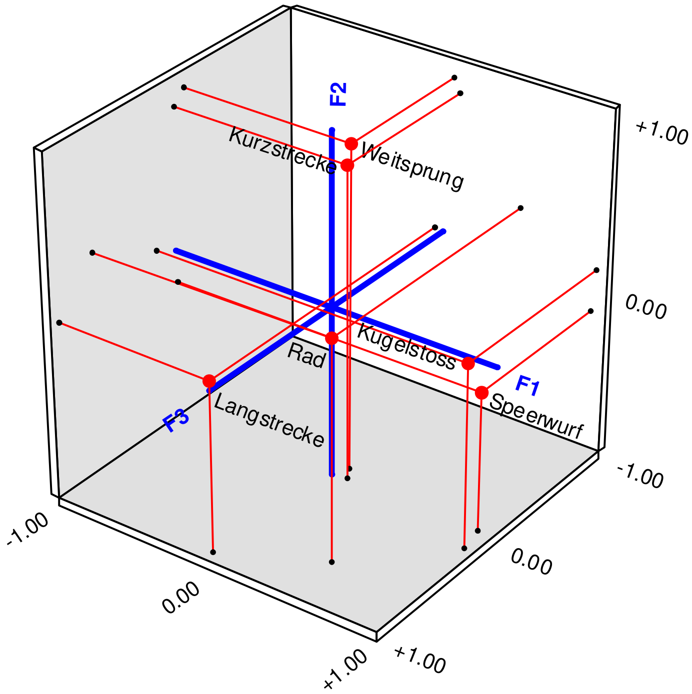
Die Zielmatrix wird aus folgender Datei eingelesen

Als Ergebnis der Analyse wird ausgegeben:
Matrix der orthogonalen konfirmatorischen Faktorladungen

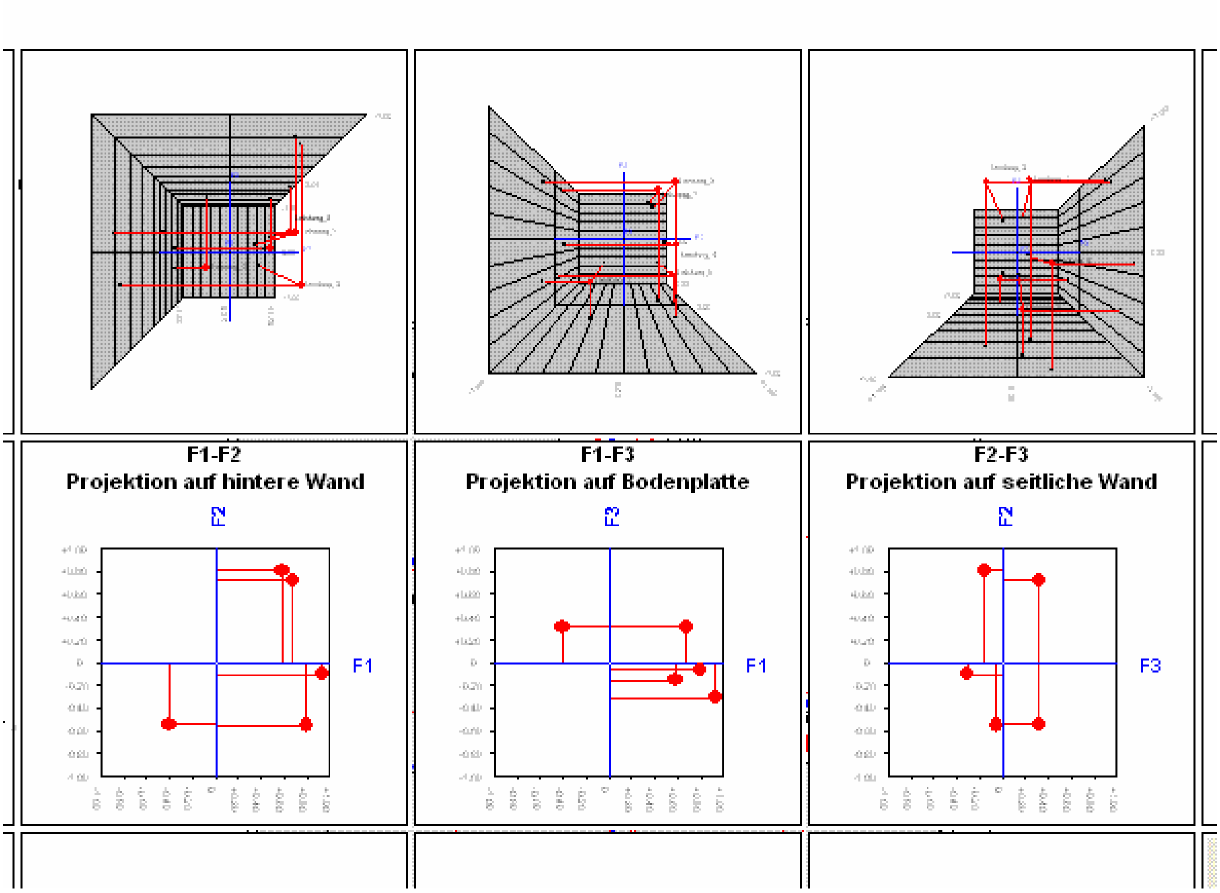
		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Rad	V1	0.4653	0.2855	0.6549
Langstre	V2	-0.0569	0.0013	0.9303
Kugelsto	V3	0.9330	0.0682	0.1581
Speerwur	V4	0.9066	-0.1880	-0.0116
Weitspru	V5	0.0501	0.8993	-0.1019
Kurzstre	V6	0.0900	0.8213	-0.0181

Grafisch dargestellt:

orthogonale konfirmatorische Faktorladungen

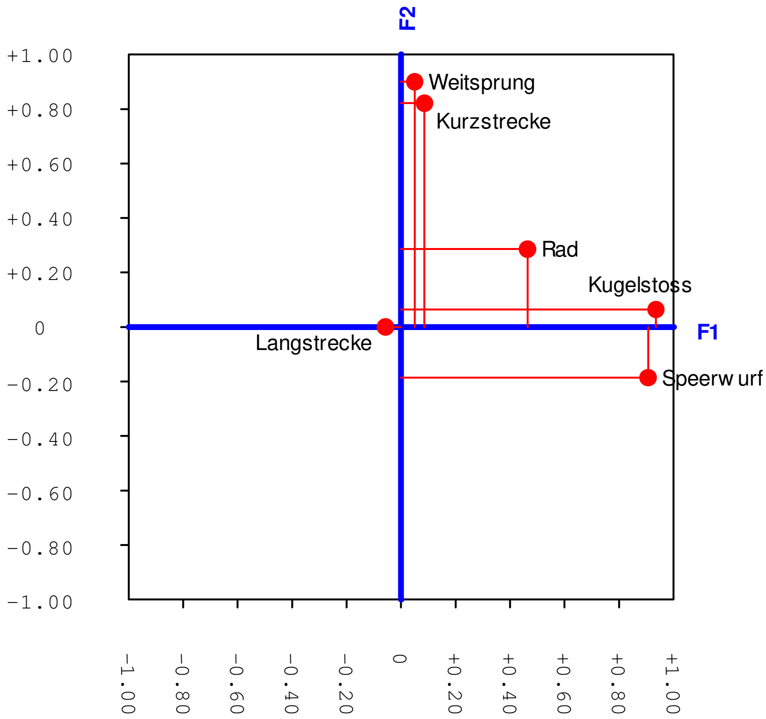


Wenn der Benutzer auf den großen Grafik-Knopf klickt, dann wird der Grafik-Editor gestartet. Dort besteht die Möglichkeit, die Faktoren paarweise zu betrachten.
Klicken Sie auf der linken Werkzeugleiste auf den Knopf "Diverse Positionen". Sie sehen folgendes - hier nur einen Ausschnitt



Klicken Sie z.B. auf "**F1-F2 Projektion auf hintere Wand**". Almo zeigt dann die Punkte-konfiguration im Achsenpaar F1-F2.

orthogonale konfirmatorische Faktorladungen



Entsprechend können auch Grafiken für F1-F3 und F2-F3 erzeugt werden.

P30.5.10 Ergebnis aus schiefwinkliger konfirmatorischer Faktorenanalyse

Es wird ein Beispiel mit 3 Faktoren gerechnet. Der Benutzer kann dieses Beispiel nachrechnen. Klicken Sie auf den Knopf "Verfahren", dann "Faktorenanalyse", dann Prog30m8. Im Kopf dieser Programm-Maske wird das Programm "KonfFak2.Alm" angegeben. Mit Doppelklick auf den Programm-Namen wird das Programm geladen.

Es soll festgestellt werden, ob 6 verschiedene sportliche Leistungen auf einer bzw. mehreren Fähigkeiten (=Faktoren) beruhen. Die 6 Leistungen sind:

```
Rad
Langstrecke
Kugelstoss
Speerwurf
Weitsprung
Kurzstrecke
```

Es wird vermutet, das folgende 3 Fähigkeiten (Faktoren) die Leistungen bestimmen

```
"Ausdauer"       bestimmt vorrangig Rad und Langstrecke
"Kraft"          bestimmt vorrangig Kugelstoss und Speerwurf
```

```
"Schnelligkeit"  bestimmt Kurzstrecke und Weitsprung
```

Es wird weiterhin angenommen, dass die 3 Faktoren nicht völlig unabhängig voneinander sind, sondern miteinander korrelieren; grafisch: ein schiefwinkliges 3-dimensionales Koordinatensystem bilden.

Auch wird vermutet, dass Rad auch des Faktors der "Kraft" und der "Schnelligkeit" bedarf usw.

Die Zielmatrix und die Faktoren-Interkorrelationsmatrix wird aus folgender Datei eingelesen

In diese Datei wurde zuvor folgendes geschrieben:

```
0.2      0.4      0.6
 0       0.1      0.6
 1        0        0
0.8      0.1       0
0.2      0.8       0
0.3       1       0.1


1.0      0.1      0.3
0.1      1.0      0.5
0.3      0.5      1.0
```

Die 1. Datenmatrix ist die Zielmatrix, die 2. die Faktoren-Interkorrelationsmatrix Beachte: Als Dezimalzeichen wird der Punkt verwendet.

Es wird also folgende theoretische Faktorladungsmatrix (Zielmatrix) entwickelt Sie ist grafisch zu begreifen als ein schiefwinkliges Koordinatensystem mit achsparallelen Projektionen der Punkte auf die Achsen

		Kraft Faktor 1	Schnell. Faktor 2	Ausdauer Faktor 3
Rad	V1	0.2	0.4	0.6
Langstre	V2	0	0.1	0.6
Kugelsto	V3	1	0	0
Speerwur	V4	0.8	0.1	0
Weitspru	V5	0.2	0.8	0
Kurzstre	V6	0.3	1	0.1

Als Matrix der Korrelationen zwischen den Faktoren wird angenommen

		Kraft Faktor 1	Schnell. Faktor 2	Ausdauer Faktor 3
Kraft	Faktor 1	0.8	0.1	0
Schnell.	Faktor 2	0.2	0.8	0
Ausdauer	Faktor 3	0.3	1	0.1

Almo liefert nun folgendes Ergebnis (gekürzt):
Die "normale" Faktorenanalyse wird mit Kommunalitäten von 1.0 gerechnet

Matrix der empirischen orthogonalen Faktorladungen

		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Rad	V1	0.7611	0.0837	-0.3750
Langstre	V2	0.3479	-0.0616	-0.8624
Kugelsto	V3	0.8856	-0.2153	0.2636
Speerwur	V4	0.7154	-0.4378	0.3925
Weitspru	V5	0.2642	0.8526	0.1575
Kurzstre	V6	0.3111	0.7597	0.0955

Die Faktorenanalyse wurde mit der schiefwinkligen Quartimin-Rotation gerechnet.

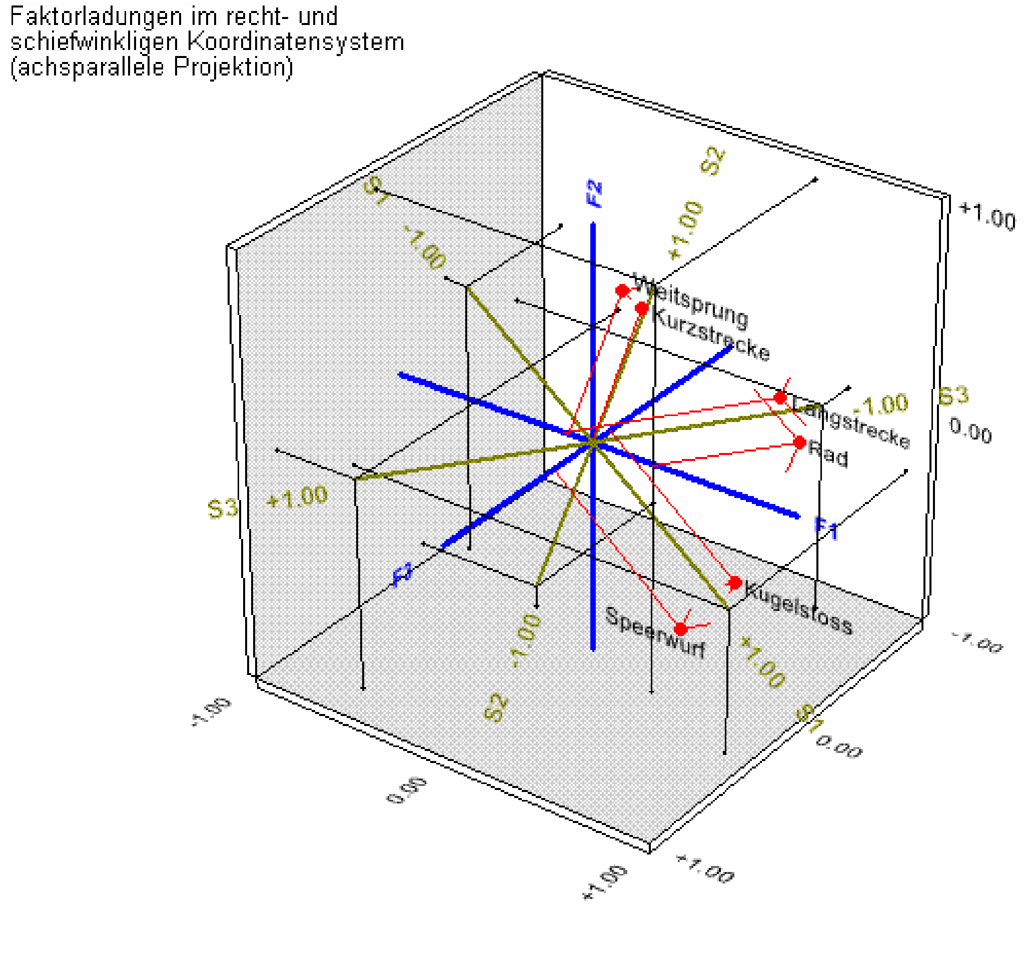
Matrix der empirischen Faktoren-Interkorrelationen

	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Faktor 1	1.0000	0.1119	-0.2711
Faktor 2	0.1119	1.0000	-0.1317
Faktor 3	-0.2711	-0.1317	1.0000

Matrix der auf die schiefwinkligen Achsen
achsparallel projizierten Faktorladungen
(Ladungsmatrix)

		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Rad	V1	0.3425	0.2075	-0.6315
Langstre	V2	-0.1910	-0.1351	-0.9712
Kugelsto	V3	0.9222	0.0782	-0.0483
Speerwur	V4	0.9554	-0.1546	0.1350
Weitspru	V5	-0.0607	0.9167	0.0742
Kurzstre	V6	-0.0209	0.8280	-0.0043

Grafisch dargestellt:



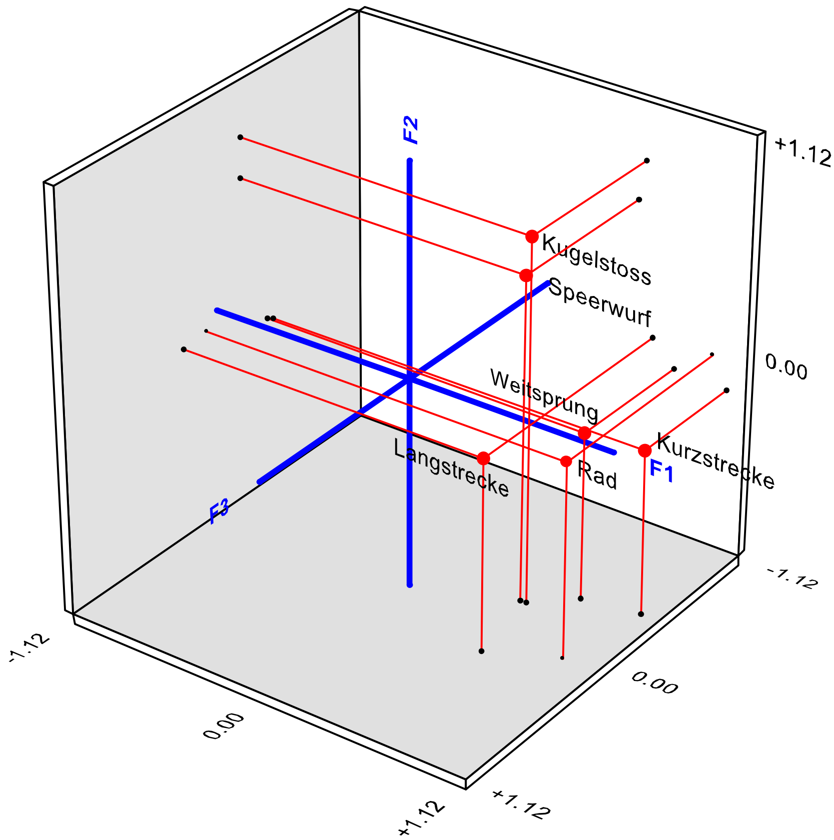
Für die schiefwinklige konfirmatorische Faktorenanalyse wird zuerst die vorgegebene Zielmatrix orthogonalisiert. Siehe P30.5.4.

```
Orthogonalisierte Zielmatrix
```

		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Rad	V1	0.9350	-0.0755	0.0896
Langstre	V2	0.5967	-0.0962	0.2543
Kugelsto	V3	0.5344	0.8223	-0.1957
Speerwur	V4	0.5046	0.6099	-0.1984
Weitspru	V5	0.7240	-0.2190	-0.3740
Kurzstre	V6	1.0183	-0.2406	-0.4279

Grafisch dargestellt:

orthogonalisierte Zielmatrix



Nun wird die empirische orthogonale Faktorladungsmatrix, die oben abgebildet wurde, an die orthogonalisierte Zielmatrix heranrotiert. Dabei entsteht folgende Matrix:

```
Orthogonale empirische Faktorladungsmatrix
"heranrotiert" an orthogonalisierte Zielmatrix
(=orthogonale konfirmatorische Faktorladungsmatrix)
```

		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Rad	V1	0.7961	0.1853	0.2425
Langstre	V2	0.5371	-0.1404	0.7487
Kugelsto	V3	0.5705	0.7442	-0.1441
Speerwur	V4	0.2895	0.8702	-0.1281
Weitspru	V5	0.5452	-0.4100	-0.5969
Kurzstre	V6	0.5637	-0.3441	-0.4968

Almo findet folgende

```
Aehnlichkeit der orthogonalen konfirmatorischen Faktorladungsmatrix
mit der Zielmatrix:                                          G = 0.91565
```

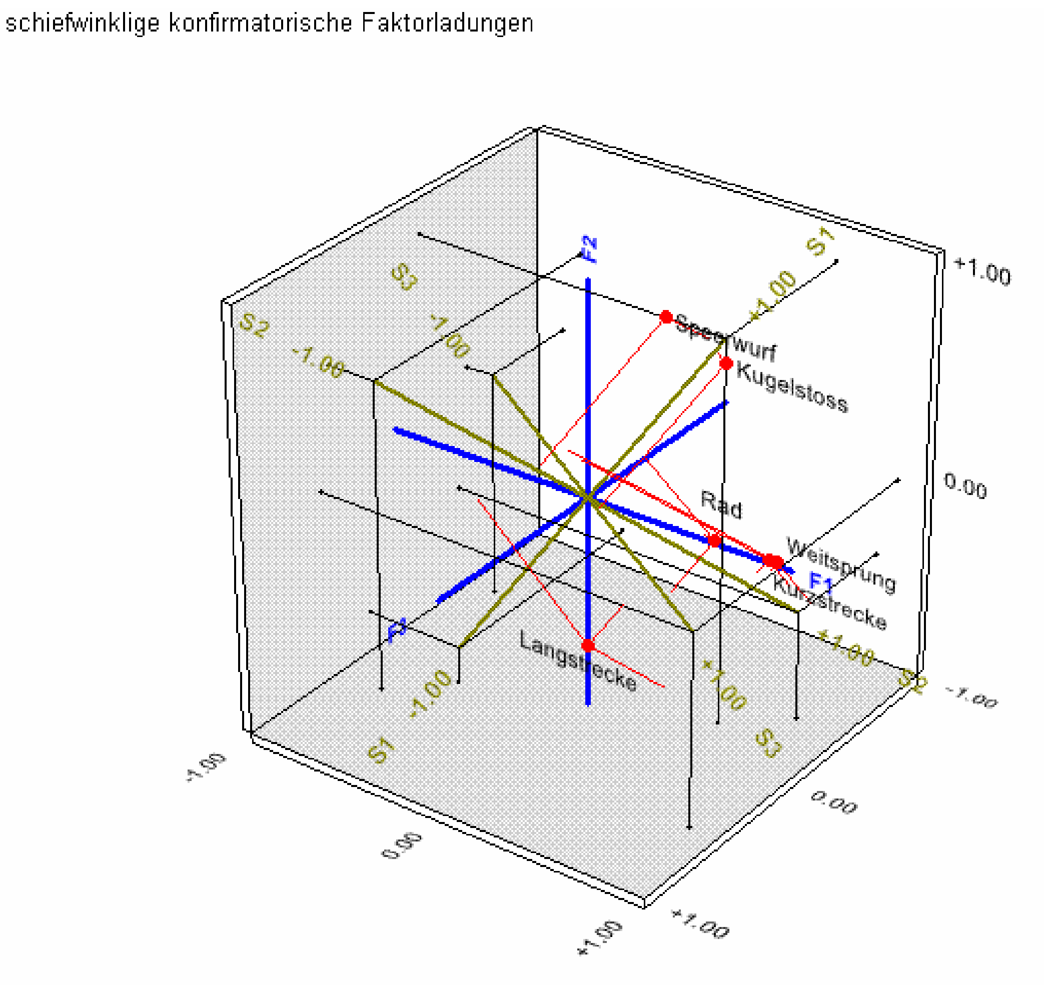
Siehe oben P30.5.2, Punkt 4.

Diese Matrix wird nun entsprechend den Faktoren-Interkorrelationen umgerechnet zur schiefwinkligen konfirmatorischen Faktorladungsmatrix

```
Matrix der auf die schiefwinkligen Achsen
achsparallel projizierten Faktorladungen
(konfirmatorische Ladungsmatrix)
```

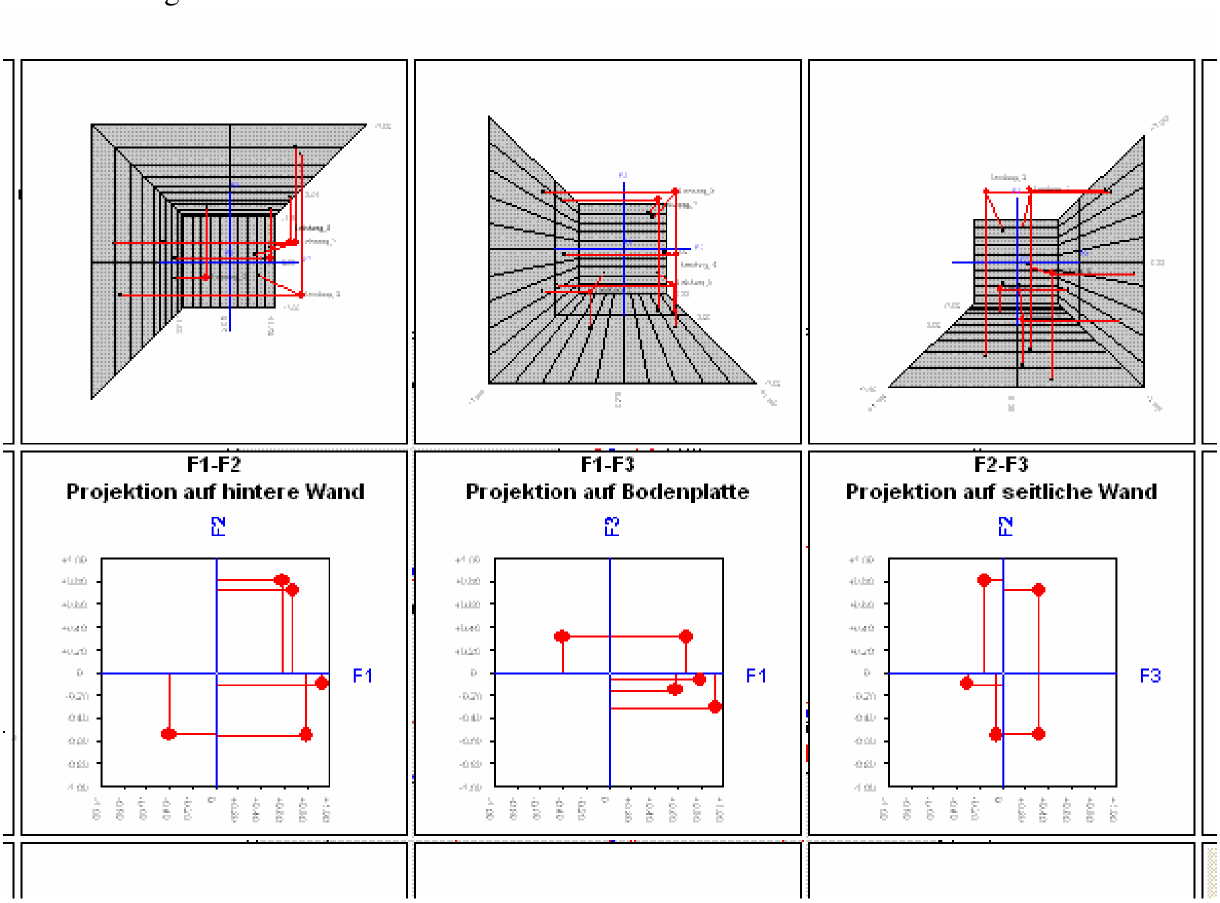
		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Rad	V1	0.3241	0.0572	0.6683
Langstre	V2	-0.2710	-0.3576	1.1060
Kugelsto	V3	0.9194	0.0110	0.0818
Speerwur	V4	0.9340	-0.2028	-0.0613
Weitspru	V5	0.0646	1.0199	-0.3188
Kurzstre	V6	0.0872	0.9024	-0.2068

Grafisch dargestellt:



Es ist mühevoll die Grafik zu verstehen. Deswegen ist es sinnvoll, sich jeweils Paare von Faktoren (Achsen) anzuschauen. Dabei sollte man die orthogonalen Achsen F1, F2, F3 ausblenden und nur Paare der schiefwinkligen Achsen S1, S2, S3 anschauen.

Wenn der Benutzer in der Ausgabedatei auf den großen Grafik-Knopf klickt, dann wird der Grafik-Editor gestartet. Dort besteht die Möglichkeit, die Faktoren paarweise zu betrachten. Klicken Sie auf der linken Werkzeugleiste auf den Knopf "Diverse Positionen".
Sie sehen folgendes - hier nur einen Ausschnitt



Klicken Sie z.B. auf "**F1-F3 Projektion auf Bodenplatte**". Almo zeigt dann die Punkte-konfiguration im (blauen) Achsenpaar F1-F3 und im (sandfarbigen) Achsenpaar S1-S3. Löschen Sie in der Werkzeugleiste auf der rechten Seite des Grafik-Editors die Einträge für

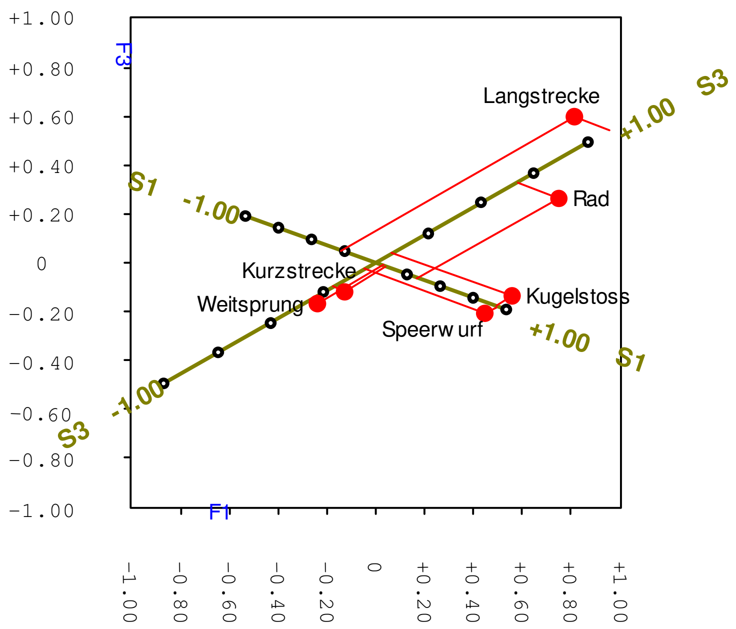
```
                   Achsen F1-F2-F3          <------- weg
         und       Projektion auf F1-F2-F3  <------- weg
```

Und aktivieren Sie

```
                   Achsen S1-S2-S3          <------- aktiv
        und        Projektion auf S1-S2-S3  <------- aktiv
```

Man sieht dann folgendes:

schiefwinklige konfirmatorische Faktorladungen



Wird aus einem 3-dimensionalen schiefwinkligen System S1-S2-S3 nur ein 2-dimensionaler Ausschnitt, z.B. so wie hier S1-S3, betrachtet, dann treten Probleme auf. Allerdings sind dies nur "optische" Probleme.

In das 3-dimensionalen Koordinatensystem F1-F2-F3 ist das 3-dimensionale Koordinatensystem S1-S2-S3 eingelagert. Beide haben einen gemeinsamen Ursprung; ansonsten liegt aber das System S1-S2-S3 irgendwie "schräg" und "verdreht" im rechtwinkligen Koordinatensystem F1-F2-F3 bzw. innerhalb des aus 3 Wänden gebildeten offnen Würfels.

Das Koordinatensystem S1-S2-S3 kann z.B aus einer Faktorenanalyse mit anschliessender rechtwinkliger Rotation (Varimax-Rotation) oder schiefwinkliger Rotation hervorgegangen sein. Auch das rechtwinklige Varimax-Koordinatensystem liegt "schräg" und "verdreht" zum Koordinatensystem F1-F2-F3. So dass die folgenden Ausführungen auch für diesen Fall gelten.

In unserem Beispiel liegt die durch das rechtwinklige Achsenpaar F1-F3 aufgespannte Fläche parallel zu unteren Wand (Bodenplatte). Diese Achsen und die Punkte-Konfiguration werden auf die Bodenplatte korrekt projiziert. Die durch das Achsenpaas S1-S3 aufgespannte Fläche liegt nicht in der Fläche F1-F3 und sie liegt auch nicht parallel zu dieser und nicht zur Botenplatte.

Wird aus dem 3-dimensionalen schiefwinkligen Koordinatensystem das Achsenpaar S1-S3 auf die Bodenplatte projiziert, dann geschieht in der Almo-Grafik folgendes:

1. Nur die Punkte, die im 2. schiefwinkligen Faktor (in der Achse S2) eine Ladung von .0 haben, liegen direkt in der Fläche S1-S3. Alle anderen Punkte liegen über oder unter der S1-S3-Fläche. Ihre Ladungen auf S2 sind positiv oder negativ. Diese Punkte werden nun in die S1-S3-Fläche projiziert.
2. Dann wird die S1-S3-Fläche mit den in sie projizierten Punkten auf die Bodenplatte projiziert.

Da die S1-S3-Fläche nicht parallel zur Bodenplatte liegt, ist sie auf dieser verzerrt dargestellt. Z.B. können die Achsen kürzer sein, da sie nicht parallel zur hinteren Wand verlaufen.

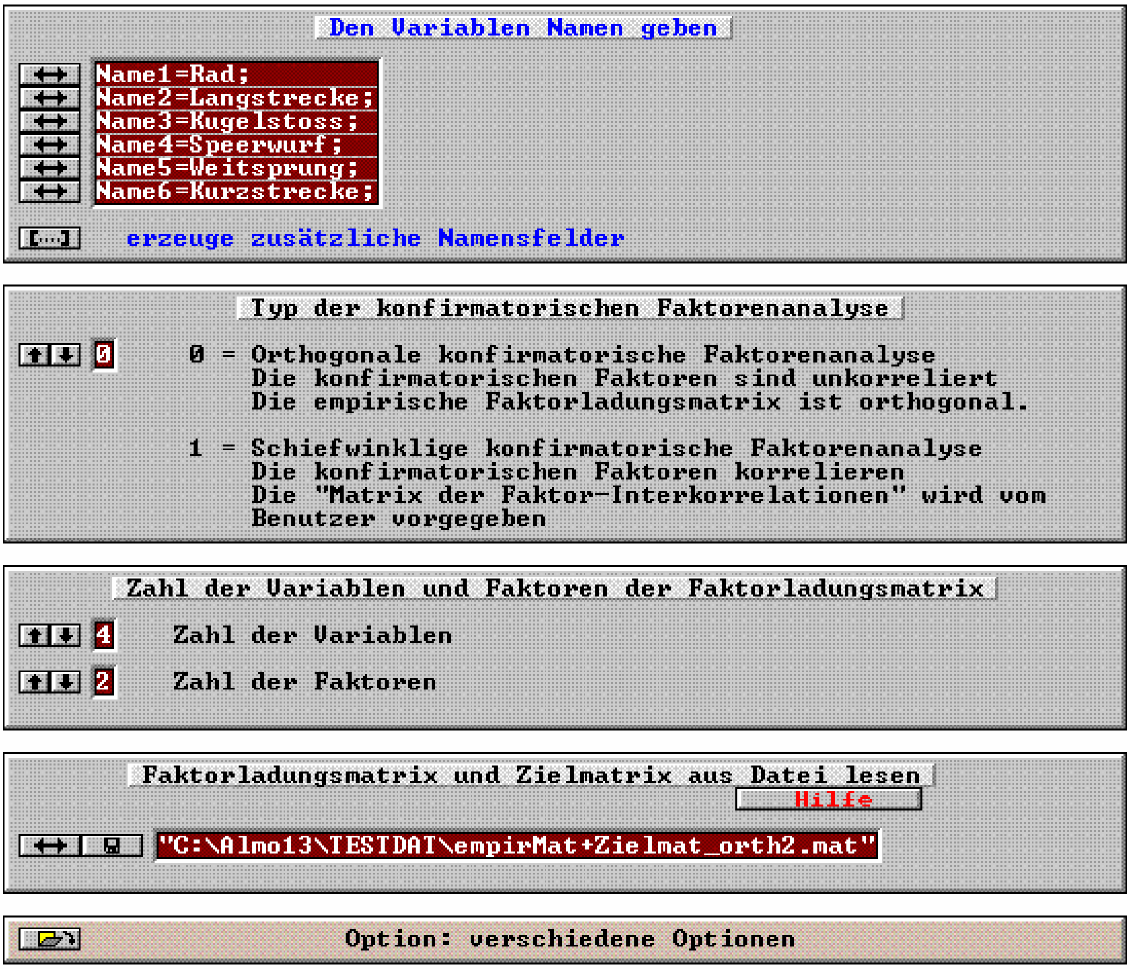
In unserem Beispiel steht die Achse S1 mit einem Winkel von ca. 45 Grad von der Bodenplatte ab. In der Projektion auf die Bodenplatte erscheint sie deswegen stark verkürzt. Die Mess-markierungen für die Stellen 1/4, 1/2, 3/4 und 1 liegen jedoch korrekt. Und auch die Projektions-linien von z.B. dem Punkt V1 schneiden die Achsen S1 und S2 an der richtigen Stelle. D.h. V1 hat auf S1 eine Ladung von -0.5 und auf S3 von 0.25

Sind im 3-dimensionalen schiefwinkligen Sytem S1-S2-S3 die Punkte rechtwinklig auf die Achsen projiziert ("Strukturmatrix"), dann scheinen die Projektionslinien im z.B. 2-dimensionalen System S1-S3 nicht rechtwinklig auf S1 und S3 projiziert zu sein. Die Ursache ist wieder die schräge und verdrehte Lage von S1-S2-S3 innerhalb der 3 Wände. Die Projektions-linien schneiden jedoch die Achsen S1 und S3 bei den richtigen Werten - wie ein Vergleich mit den Werten in der Matrix der Ladungen erweist.

P30.5.11 Eingabe in Prog30m9: Konfirmatorische Faktorenanalyse mit Eingabe einer fertigen Faktorladungsmatrix

Gelegentlich liegen dem Benutzer Faktorladungsmatrizen vor, die aus Veröffentlichungen oder aus früheren eigenen Untersuchungen stammen. Mit Prog30m9 können für diese konfirmatorische Analysen gerechnet werden.

Die Programm-Maske von Prog30m9 ist folgende. Es wird nur der zentrale Teil gezeigt:



Betrachten wir die Box "**Faktorladungsmatrix und Zielmatrix aus Datei lesen**"

Der Benutzer muss die empirische Faktorladungsmatrix und die Zielmatrix und die Faktor-Korrelations-Matrix in eine (gemeinsame) Datei geben. Dazu erzeugt er ein neues Fenster über das Menü "Datei / Neue Datei anlegen" in das er diese Matrizen schreibt und dann speichert.

Orthogonaler Fall (Typ = 0)
Empirische Faktorladungsmatrix und Zielmatrix
bei orthogonale konfirmatorische Faktorenanalyse (Typ=0)

Beispiel für 4 Variable und 2 Faktoren:

```
0.7383     0.4244              fertige
0.3624     0.8273    <------   orthogonale empirsche
0.9060    -0.2753              Faktorladungsmatrix
0.7843    -0.4637

0.5        0.5
0.2        0.8       <------   orthogonale Zielmatrix
0.9        0
0.8        0
```

Der Benutzer kann durch Doppelklick auf den Dateinamen in der Programm-Maske dieses Eingabe-Beispiel laden

Gesucht wird die orthogonale konfirmatorische Faktorladungsmatrix. Die Zielmatrix muss orthogonal konstruiert werden. D.h. die vorgegebenen Ladungen sind Projektionen auf orthogonale Achsen (Faktoren).

Schiefwinkliger Fall (Typ = 1)
Empirische Faktorladungsmatrix und Zielmatrix und
Faktor-Korrelations-Matrix
bei schiefwinklige konfirmatorische Faktorenanalyse (Typ=1)

Beispiel für 4 Variable und 2 Faktoren:

```
 0.7383    0.4244           fertige
 0.3624    0.8273   <------ orthogonale (!)
 0.9060   -0.2753           empirische Faktorladungsmatrix
 0.7843   -0.4637

 0.3       0.7
-0.3       0.9      <------ schiefwinklige Zielmatrix
 1.0       0.0
 0.9       0.0

 1.0       0.3      <------ Faktor-Interkorrelationen
 0.3       1.0
```

Der Benutzer kann dieses Beispiel aus folgender Datei laden

"....Almo\Testdat\empirMat+Zielmat_schief2.mat"

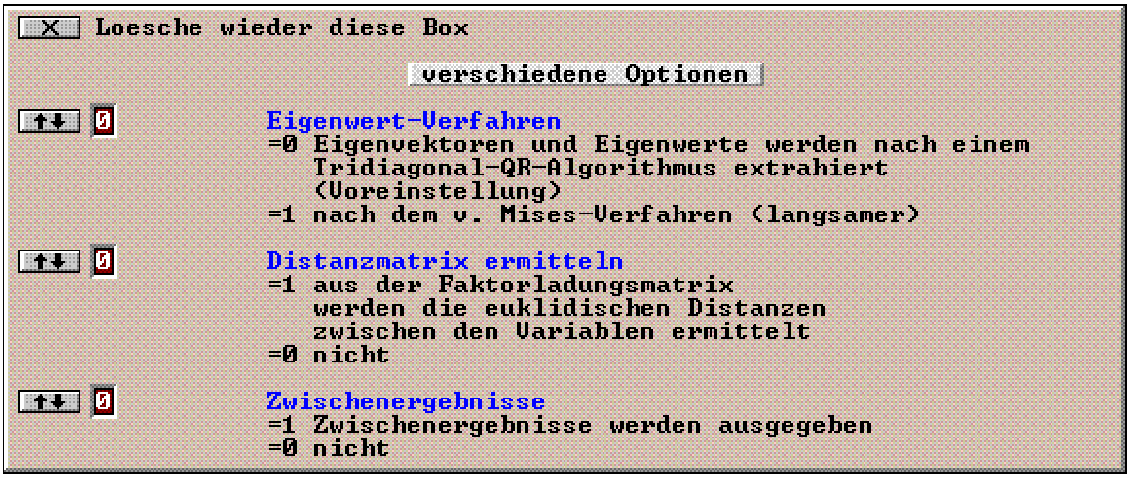
BEACHTE:
Obwohl eine schiefwinklige konfirmatorische Faktorenanalyse gerechnet wird, muss die **orthogonale** empirische Faktorladungsmatrix in die Datei gegeben werden und nicht die schiefwinklige Matrix !!!

Die Zielmatrix hingegen muss schiefwinklig konstruiert werden. D.h. die vorgegebenen Ladungen sind achsparallele Projektionen auf schiefwinklige Achsen (Faktoren).

Die Matrix der Faktor-Interkorrelationen (graphisch die Cosinus der Winkel zwischen den Achsen) wird als 3. Matrix angegeben.

Bei beiden Typen ist es empfehlenswert für die Zielmatrix ein Koordinatensystem zu zeichnen, die Variablen als Punkte einzufügen und die Koordinaten der Punkte auf den Koordinatenachsen abzulesen. Bei Typ=1 müssen die Punkte achsparallel auf die schiefwinkligen Achsen projiziert werden.

Box "verschiedene Optionen"
Wird diese Box geöffnet, dann sieht man folgendes



1. Eingabefeld: Eigenvektor- Eigenwert-Verfahren
0 =Eigenvektoren und Eigenwerte werden nach einem Tridiagonal-QR-Algorithmus extrahiert
Dies ist die Voreinstellung, die wirksam ist, wenn die Box geschlossen bleibt
1 =nach dem v. Mises-Verfahren (langsamer)

Selbstverständlich erbringen diese beiden Verfahren dasselbe Ergebnis. Es ist aber möglich, dass im einem Verfahren gegenüber dem anderen eine Vorzeichen-Umkehr bei einem Faktor stattfindet. Das v. Mises-Verfahren ist langsamer - was der Benutzer aber nicht wahrnimmt.

2. Eingabefeld: Distanzmatrix ermitteln
1 =aus der Faktorladungsmatrix werden die euklidischen Distanzen zwischen den Variablen ermittelt
0 =nicht

Wird eine '1' eingegeben, dann werden für die fertige empirische und die konfirmatorische Faktorladungsmatrix die räumlichen, euklidischen Distanzen zwischen den Variablenpunkten ermittelt und ausgegeben. Wie oben ausgeführt wurde, sind sie in beiden Matrizen gleich, da die konfirmatorische Faktorenanalyse eine Form der Rotation ist.

3. Eingabefeld: Zwischenergebnisse
1 =Zwischenergebnisse werden ausgegeben
0 =nicht

Wird eine '1' eingegeben, dann wird eine Fülle von Zwischenergebnissen ausgegeben. Unter anderem wird auch die reproduzierte Korrelationsmatrix aus der fertigen empirischen Faktorladungsmatrix und aus der konfirmatorischen Faktorladungsmatrix ausgegeben. Da die konfirmatorische Faktorenanalyse eine Form der Rotation ist, sind diese beiden identisch

P30.5.12 Vergleich verschiedener Faktorladungsmatrizen mit Prog30m9

Betrachten wir ein Beispiel, das wir schon zu Beginn erwähnt haben.
Siehe dazu die Programm-Maske **Prog30mg**. Man findet sie über "Verfahren/Faktorenanalyse". Die faktorisierten Leistungen von Männern und Frauen in verschiedenen Tests werden aufeinder bezogen. Die Männer werden als fertige Faktorladungsmatrix eingegeben und die Frauen als Zielmatrix. Dadurch wird die "Männer-Matrix" maximal an die Frauen-Matrix "heranrotiert". Werden umgekehrt die Frauen als fertige Faktorladungsmatrix und die Männer als Zielmatrix eingegeben, dann wird die Frauen-Matrix an die Männer-Matrix heranrotiert. Das Ergebnis muss nicht dasselbe sein. Selbstverständlich muss die Zahl der Variablen und der Faktoren in beiden Matrizen dieselbe sein

Zu den verschiedenen Möglichkeiten, Faktorladungsmatrizen zu vergleichen siehe die ausführliche Darstellung bei Ch. Tarnai (1977).

P30.5.13 Faktorwerte

Da die konfirmatorische Faktorenanalyse nichts anderes ist als ein spezielles Rotationsverfahren, können selbstverständlich auch Faktorwerte aus diesen so rotierten Faktoren errechnet werden. Zu diesem Zweck werden zuerst "Faktorwert-Koeffizienten" ermittelt - gemäß folgender Formeln (siehe hierzu das Handbuch P30 Faktorenanalyse, Abschnitt P30.1.8)

Wurde die vorausgehende normale Faktorenanalyse mit 1.0 als Kommunalitätenschätzung gerechnet (=Hauptkomponenten-Lösung) dann gilt:

```
 (14) FW = inv(B' * B) * B

m   = Zahl der Variablen
f   = Zahl der Faktoren
inv = Inverse von (...)
FW  = Matrix der konfirmatorischen Faktorwert-Koeffizienten
      (mit m Zeilen  und f Faktoren)
B   = Matrix der konfirmatorische Faktoren (mit m Zeilen und f Faktoren)
B'  = ihre Transponierte
```

B ist im Falle der orthogonalen konfirmatorische Faktorenanalyse = **Bo**
und im Falle der schiefwinkligen konfirmatorische Faktorenanalyse = **Bs**
Beachte: **Bs** ist die konfirmatorische Ladungsmatrix (mit achsparallel projizierten Ladungen)

In unserem Beispiel einer orthogonalen konfirmatorischen Faktorenanalyse mit 2 Faktoren ist die Matrix **B' * B**

```
2.020342  0.282284
0.282284  1.247375
```

Als Matrix FW entsteht

```
Faktorwert-Koeffizienten aus orthogonal konfirmatorischer Analyse
(Hauptkomponenten-Loesung)
```

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	0.2183	0.4576
Langstre	V2	-0.0591	0.7340
Kugelsto	V3	0.4817	-0.0935
Speerwur	V4	0.4775	-0.2664

Bei unserem Beispiel der schiefwinkligen konfirmatorische Faktorenanalyse mit 3 Faktoren ensteht

```
Faktorwert-Koeffizienten aus schiefwinklig konfirmatorischer Analyse
(Hauptkomponenten-Loesung)
```

		Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Rad	V1	0.1866	0.2243	0.4821
Langstre	V2	-0.1111	0.1012	0.6472
Kugelsto	V3	0.4855	0.0208	0.0822
Speerwur	V4	0.4918	-0.1521	-0.0770
Weitspru	V5	0.0154	0.5351	0.0771
Kurzstre	V6	0.0313	0.4948	0.1205

Wurde die vorausgehende normale Faktorenanalyse mit Kommunalitätenschätzung ungleich 1.0 gerechnet (z.B. mit multiplen Bestimmtheitsmassen R-Quadrat) dann wird die "Regressions-Lösung" gerechnet. Es gilt dann

(15) **FW** = **B'** * inv(**C**)

C = Korrelationsmatrix der Variablen (mit m Zeilen und m Spalten)

B ist im Falle der orthogonalen konfirmatorische Faktorenanalyse = **Bo**
und im Falle der schiefwinkligen konfirmatorische Faktorenanalyse = **Bs**
Beachte: **Bs** ist jetzt die konfirmatorische Strukturmatrix (mit **rechtwinklig projizierten** Ladungen)

Die Regressions-Lösung gemäß (15) könnte auch gerechnet werden, wenn als Kommunalitätenschätzung 1.0 eingesetzt wurde. Dabei entsteht dasselbe Ergebnis.

Nachdem die Faktorwert-Koeffizienten ermittelt sind, können die eigentlichen Faktorwerte je Faktor für jede Untersuchungseinheit errechnet werden. Siehe dazu Handbuch P30 Faktorenanalyse, Abschnitt P30.1.8, Gleichung 1, 1a, 2 und Abschnitt P30.3.8 wo die Eingabebox "Faktorwerte ermitteln und speichern" erläutert wird.

P30.5.14 Konfirmatorische Korrepondenzanalyse. Konfirmatorische nominale Faktorenanalyse

In Almo werden 3 Methoden der nominalen Aanalyse beschrieben
1. Die "einfache" Faktorisierung von 0-1 kodierten Dummies
2. Das Blockdiagonal-Verfahren
3. Die multiple Korrespondenzanalyse

Siehe dazu Handbuch P30 Faktorenanalyse, Abschnitt P30.8.

Die Ergebnisse der nominalen Faktorenanalyse können auch recht- oder schiefwinklig rotiert werden (allerdings selten mit einem Gewinn an zusätzlicher Information). Da die konfirmatorische Faktorenanalyse nicht anderes ist, als ein spezielles Rotationverfahren, kann somit auch eine "konfirmatorische nominale Faktorenanalyse" gerechnet werden. So kann also auch die häufig angewandte Korrespondenzanalyse zur "konfirmatorischen Korrespondenz-analyse" erweitert werden.
Selbstverständlich ist auch die Ermittlung von "konfirmatorischen Faktorwerten" ("object scores") möglich. Der Kalkül ist dabei exakt derselbe wie bei der quantitativen Faktorenanalyse - so wie es oben in den Gleichungen (1) bis (15) beschrieben wurde.
In Almo wird die "konfirmatorische nominale Faktorenanalyse" dem Benutzer mit der Programm-Maske Prog30mh angeboten - erreichbar über "Verfahren / Faktorenanalyse" oder "Verfahren / Korrespondenzanalyse".

P30.5.15 Die Konstruktion der Zielmatrix

Wie soll der Benutzer die vorzugebende Zielmatrix konstruieren? Diese Frage stellt sich bei allen Varianten der konfirmatorischen Analyse.

Oben wurde ausgeführt, dass die konfirmatorischen Analyse zu einer rotierten Lösung der Faktorladungsmatrix führt, bei der (räumlich gesehen) die Distanzen zwischen den Variablenpunkten unverändert bleiben und bei der die reproduzierte Korrelationsmatrix dieselbe ist wie bei der ursprünglichen Ausgangsmatrix - unabhängig davon wie die Zielmatrix gestaltet ist. Die Zielmatrix gibt lediglich vor "wohin" die Faktorladungsmatrix rotiert werden soll.

Diese Tatsache gibt dem Benutzer große Freiheiten in der Konstruktion der Zielmatrix, wobei er allerdings nicht vergessen sollte, dass seine Zielmatrix theoretisch begründet sein muss bzw. aus anderen empirischen Untersuchungen nahegelegt sein muss.

Oben wurde ein Beispiel einer orthogonalen konfirmatorischen Analyse mit 2 Faktoren vorgetragen. Als Zielmatrix wurde eingesetzt

Zielmatrix

	Faktor 1	Faktor 2
Rad V1	0.5000	0.5000
Langstrecke V2	0.2000	0.8000

Kugelstoss	V3	0.9000	0
Speerwurf	V4	0.8000	0

Wir rechnen dieselbe Analyse mit einer Zielmatrix, deren Ladungen mit 100 multipliziert sind. Das ist nun keinesfalls eine Faktorladungsmatrix, die aus der Faktorisierung einer Korrelationsmatrix von Variablen hervorgegangen sein kann.

Zielmatrix

		Faktor 1	Faktor 2
Rad	V1	50	50
Langstrecke	V2	20	80
Kugelstoss	V3	90	0
Speerwurf	V4	80	0

Die Ergebnisse der Analyse sind exakt dieselben. Das gilt auch für die schiefwinklige konfirmatorische Analyse. In den obigen Gleichungen (1) bis (4) wird innerhalb des gegebenen Systems der Koordinatenachsen der empirischen Faktorladungen die Lage des Systems der Koordinatenachsen der Zielmatrix bestimmt.

Wir würden trotzdem empfehlen, die Zielmatrix so zu konstruieren, dass sie eine Faktorladungsmatrix sein kann. Das geschieht weitgehend, wenn der Benutzer folgenden 2 Empfehlungen entspricht.

Empfehlung 1:
Bei der orthogonalen konfirmatorischen Analyse sollte die Summe der quadrierten Ladungen einer Variablen über alle Faktoren nicht grösser sein als 1.0.

Betrachten wir ein Beispiel: Der Benutzer hat folgende orthogonale Zielmatrix konstruiert:

	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
V1	0.2	0.5	0.9
V2	.0	0.1	0.6
V3	1.0	.0	.0
V4	0.8	0.1	.0
V5	0.2	0.8	.0
V6	0.3	1.0	0.1

Die Analyse umfasst 6 Variable. 3 Faktoren sollen ermittelt werden. Der Benutzer hat eine Faktorenanalyse mit 1.0 in der Diagonale der Korrelationsmatrix der Variablen gerechnet. Die Kommunalitätenschätzung ist also für jede Variable 1.0. In der 1. Zeile der Matrix für V1 entsteht $0.2*0.2 + 0.5*0.5 + 0.9*0.9 = 1.10$ Die Quadratsumme der Ladungen ist mit 1.1 grösser als 1.0. Die Zielmatrix ist also keine Faktorladungsmatrix.

Eine naheliegende Methode der Empfehlung 1 zu entsprechen besteht darin, jeder Variablen nur auf einem Faktor eine Ladung von 1.0 zuzuweisen und auf den anderen Faktoren eine .0 einzusetzen. Diese Methode ist auch meistens theoretisch gut begründbar. Beispiel:

	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
V1	0	0	1
V2	0	0	1
V3	1	0	0
V4	1	0	0
V5	0	1	0
V6	0	1	0

Empfehlung 2:
Werden bei einer Analyse mit Kommunalitätenschätzung 1.0 für m Variable alle m Faktoren extrahiert, dann muss die Summe der quadrierten Ladungen einer Variablen gleich 1.0 sein. Sie darf nicht kleiner sein

Werden diese Empfehlungen nicht eingehalten, dann ist die Zielmatrix des Benutzers keine orthogonale Faktorladungsmatrix. Der Kalkül der konfirmatorischen Analyse ist allerdings gegen die Verletzung dieser Empfehlungen sehr robust.

Literatur:

Gerhard Arminger: Faktorenanalyse, Teubner Studienskripten, 1979

J. Ropert / G. Fischer: Lineare Strukturen in Mathematik und Statistik, Physica Verlag, 1965

Christian Tarnai: Anwendung von Methoden der Transformationsanalyse als Form konfirmatorischer Faktorenanalyse, Zeitsch. f. Soziologie, 1978a, Jg.7, Heft 4, S. 366 ff

Christian Tarnai: Methoden der Transformationsanalyse und ihre Anwendung im Rahmen der Faktorenanalyse, 1977, D.I.P. Methodologische Arbeitsberichte.

Christian Tarnai: Inhaltlich geleitete Anwendung der Faktorenanalyse zur Messung quantitativer und qualitativer Veränderungen, Angewandte Sozialforschung, Heft 1/2, 1978b

Umfangreiche Literaturliste bei Arminger (1979) und Tarnai (1977 und 1978)